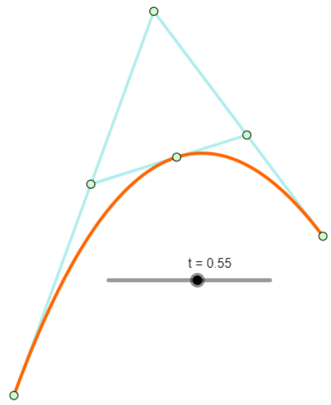
Freiformkurven und -flächen mit GeoGebra

1. Bézierkurven und der Algorithmus von De Casteljau



Bézierkurven können in GeoGeobra einfach mit dem Algorithmus von De Casteljau konstruiert werden.

<u>Vorgehen:</u>

i. Schieberegler t mit Werten zwischen 0 und 1 erstellen (Achtung Schrittweite)

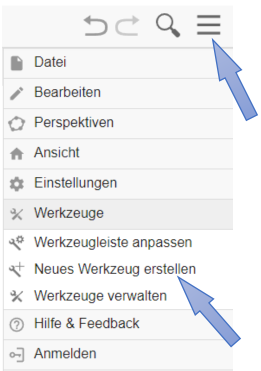
ii. Kontrollpolygon erstellen

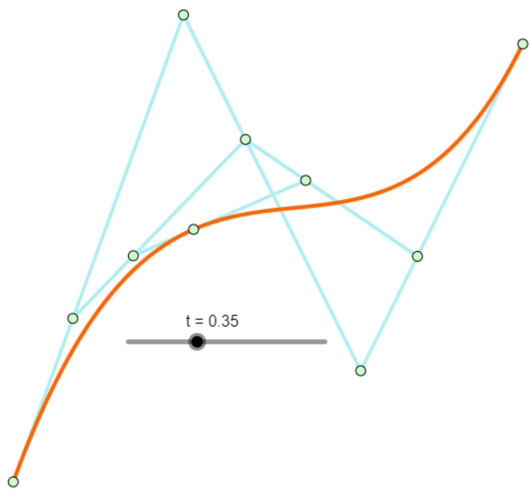
iii. Schrittweises unterteilen der Strecken (geht am besten mit zentrischer Streckung)

iv. Die Bahn des Punktes auf der Bézierkurve mit Spur oder Ortslinie aufzeichnen

<u>Nachteil dieses Vorgehens:</u> Sehr unflexibel und aufwändig, wenn das Kontrollpolygon erweitert wird.

<u>Aber:</u> Man kann in GeoGebra ein Werkzeug für den Algorithmus von De Casteljau erstllen und das machen wir für vier Kontrollpunkte (dieses Werkzeug brauchen wir dann für die Bézierflächen)





Ausgabe Objekt: Punkt auf der Bézierkurve anklicken

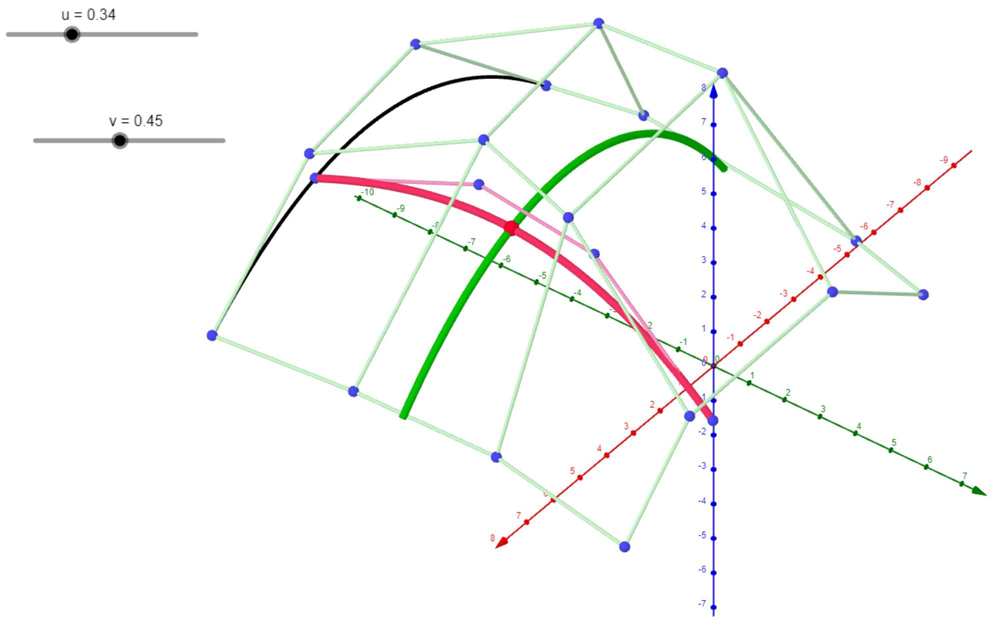
Eingabe Objekte: Kontrollpunkte und den Parameter t

Name und Symbol beliebig

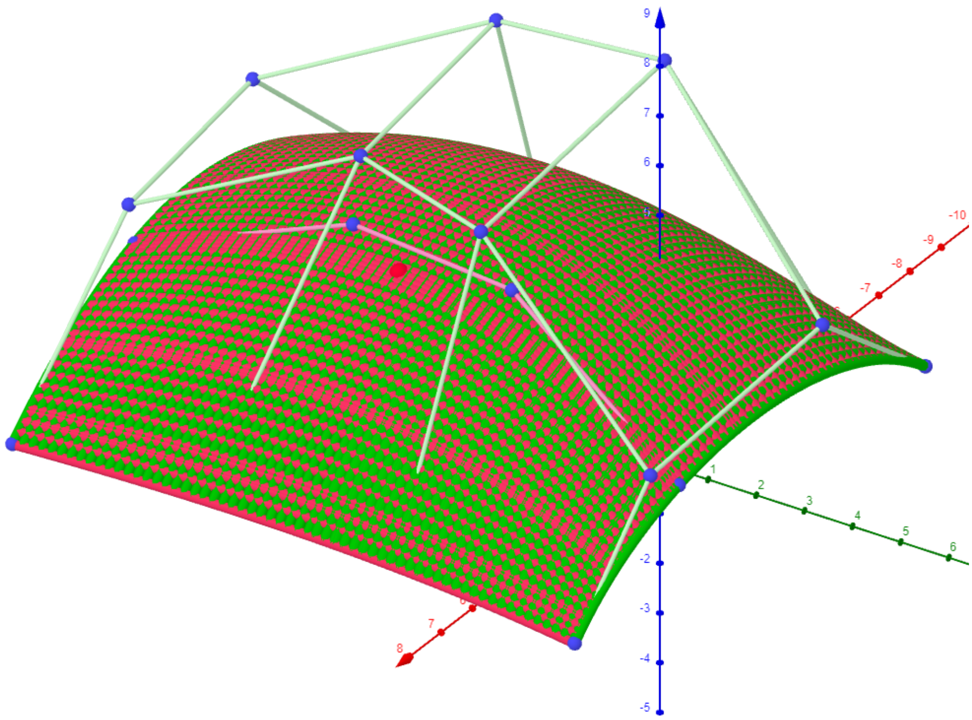
<u>Achtung:</u> Das Werzeug sollte gleich in der 3D-Ansicht erstellt werden, nur dann hat man es für die Flächen zur Verfügung.

2. Das geht auch für Bézierflächen

Der Algorithmus von De Casteljau funktioniert auch im Raum für Flächen. Dazu benötigt man jedoch zwei Schieberegler u und v zwischen 0 und 1 und ein Kontrollnetz bestehend aus 4x4 Punkten.



Man kriegt, wenn man die Spuren der Parameterlinien einschaltet, eine gute Vorstellung über die Form der Fläche (Animation der Parameter hilft beim Zeichnen).



3. Parameterdarstellung von Bézierkurven in GeoGebra

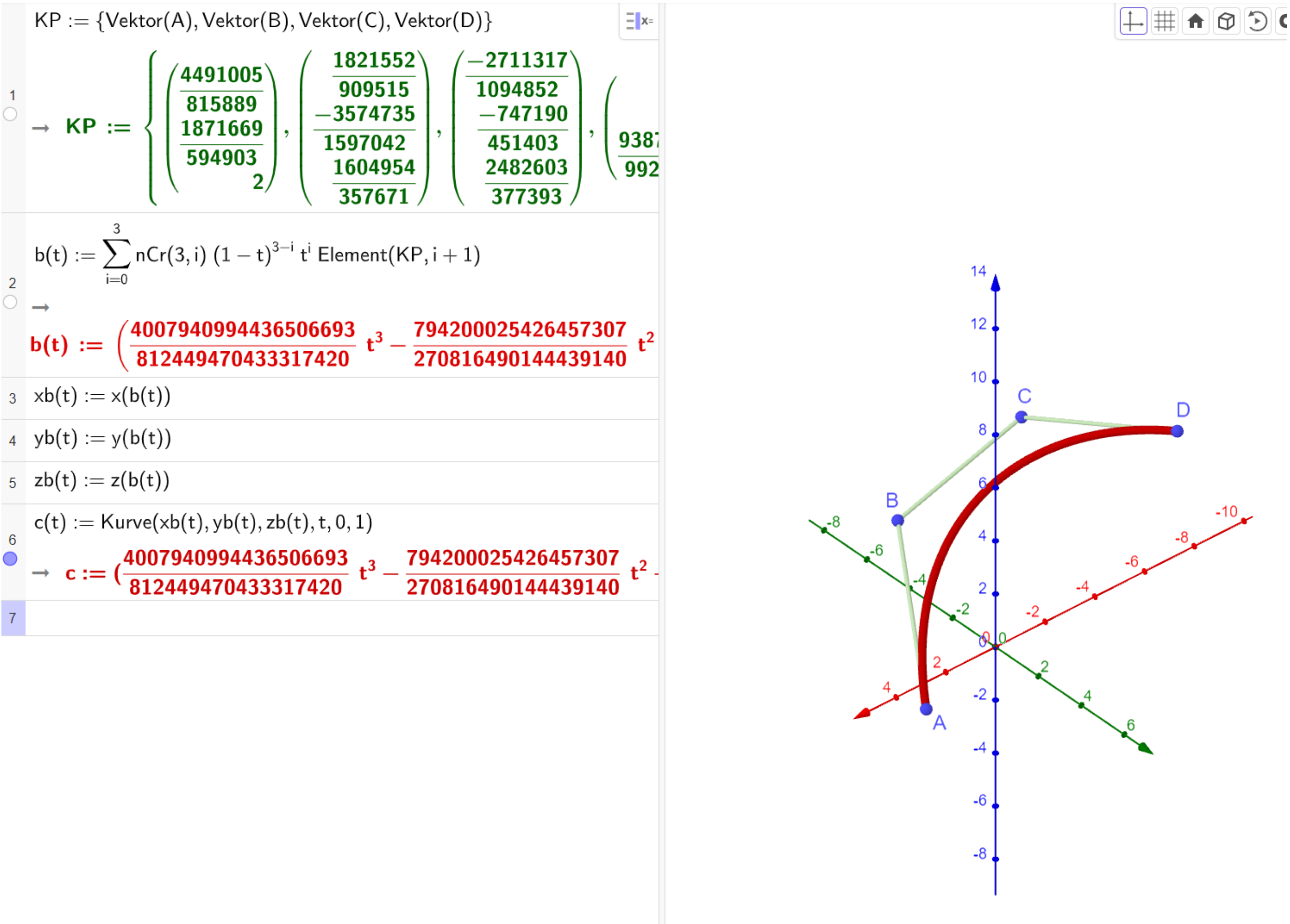
Wenn man ein bisschen flexibler mit der Anzahl der Kontrollpunkte sein will, kommt man um ein bisschen Rechnen nicht herum. Man muss nur geschickt arbeiten und GeoGebra ein bisschen zum Glück zwingen, aber das Resultat lohnt sich. Wir gehen dabei von der Parameterdarstellung der Bézierkurve mit Kontrollpunkten $P_1, \dots, P_n$ aus:

$$b(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \cdot (1-t)^{n-i} \cdot t^i \cdot P_i$$

Der Binomialkoeffizient $\binom{n}{i}$ wird in GeoGebra mit $nCr(n, i)$ berechnet.

<u>Achtung:</u> Damit die Kontrollpunkte eine z-Koordinate erhalten muss man alle zumindest einmal in die „Höhe" schieben!

Folgendes Vorgehen zeigt, wie es funktionieren sollte.



Zeile 1:	Wir definieren eine Liste von Kontrollpunkten. Damit kann man in Zeile 2 mit „Element" der Reihe nach auf die Kontrollpunkte zugreifen.
Zeile 2:	Das ist die Formel zur Berechnung der Parameterdarstellung der Bézierkurve.
Zeile 3-5:	Damit man nur den gewünschten Abschnitt der Kurve sieht speichert man die Koordinatenfunktionen auf neuen Variablen ab.
Zeile 6:	Anzeigen der Bézierkurve. Praktischer Befehl für Kurven in Parameterdarstellung: Kurve (:

<u>Hinweis:</u> Will man die Anzahl der Kontrollpunkte variabel halten, kann man mehrere Kontrollpunkte und einen Schieberegler erstellen (Datei: Bezierkurve-schieberegler.ggb).

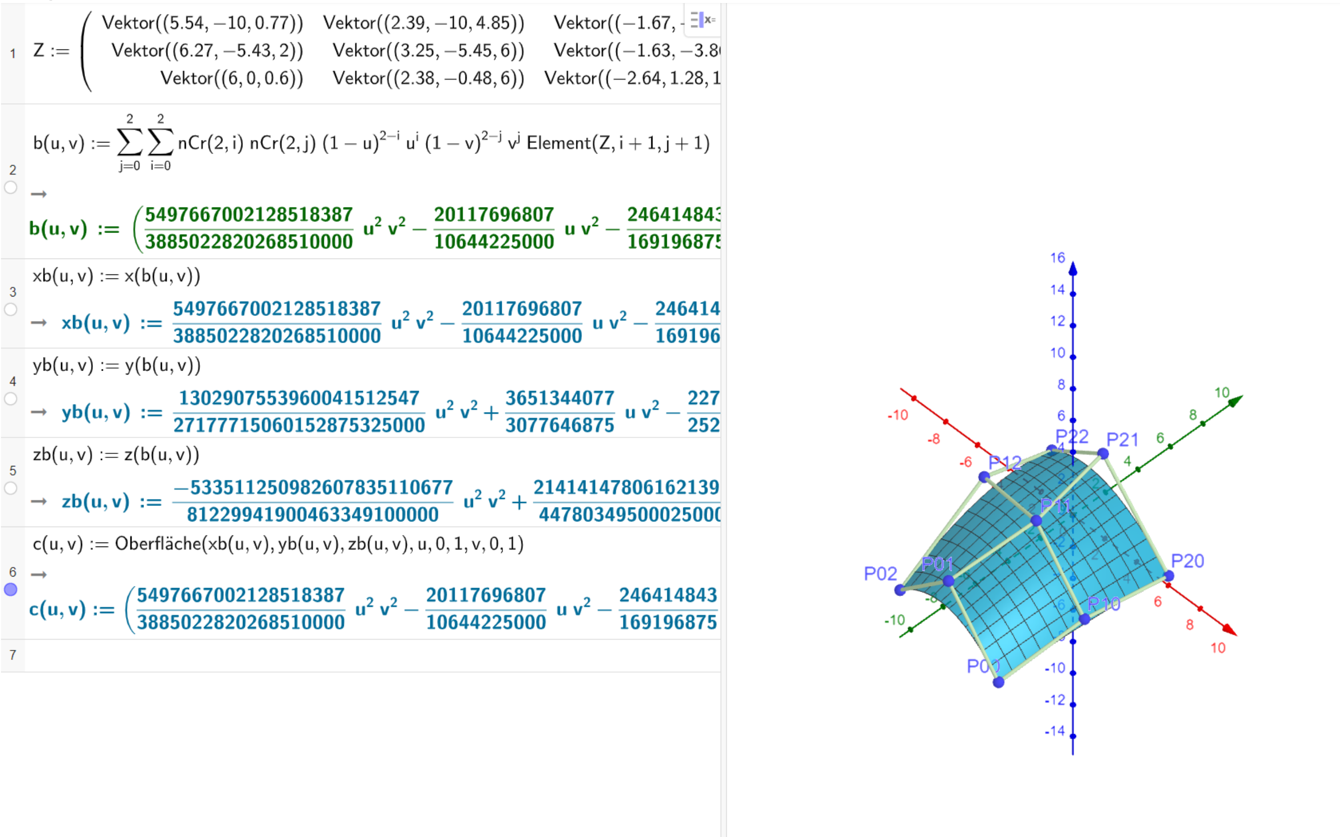
4. Das geht auch für Flächen

Analoges Vorgehen wie bei den Kurven, diesmal wird es ein bisschen aufwändiger.

$$b(u,v) = \sum_{j=0}^{m} \sum_{i=0}^{n} \binom{m}{j} \cdot \binom{n}{i} \cdot (1-u)^{m-j} \cdot u^{j} \cdot (1-v)^{n-i} \cdot v^{i} + P_{i,j}$$

Angabedatei	Kontrollnetz	Bezierflaeche-Kontrollpunkte 3x3.ggb
	Für Mutige	Bezierflaeche-Kontrollpunkte 4x4.ggb

Vorgehen:



Zeile 6: Anzeigen der Bézierfläche. Praktischer Befehl für Flächen in Parameterdarstellung: Oberfläche (: