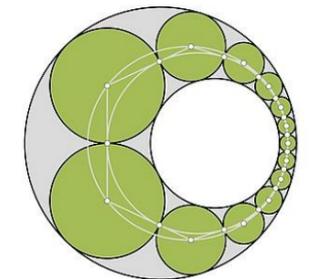


**Raumvorstellung und Geometrie –
Erleben und Fühlen, Sehen und Erkennen,
Experimentieren und Denken
*Wanderworkshop Geometrie***



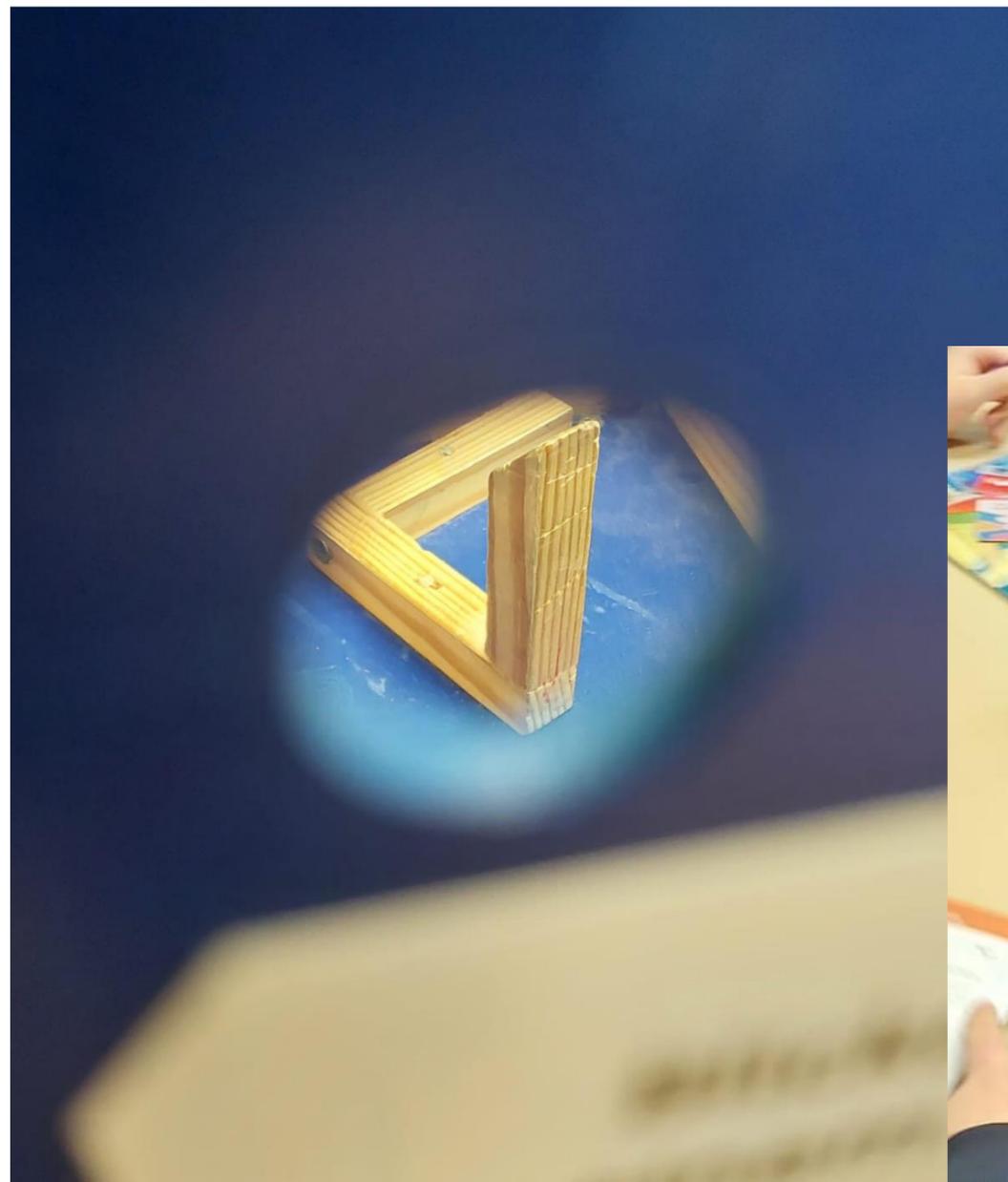
Asst.-prof.in
Dr. Christina Krause



**Tag der Mathematik
Steiermark**

6. Februar 2025





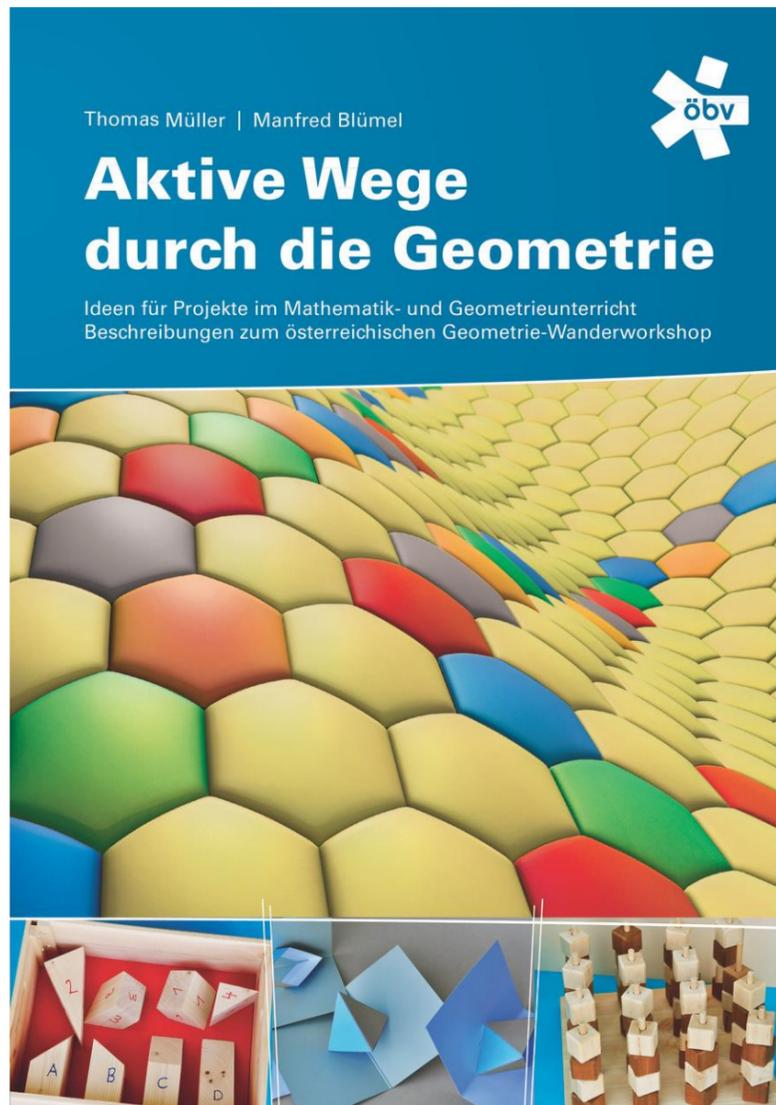
- Es geht um
Raumvorstellung und Geometrie
- Erleben und Fühlen
 - Sehen und Erkennen
 - Experimentieren und Denken

Wanderworkshop Geometrie

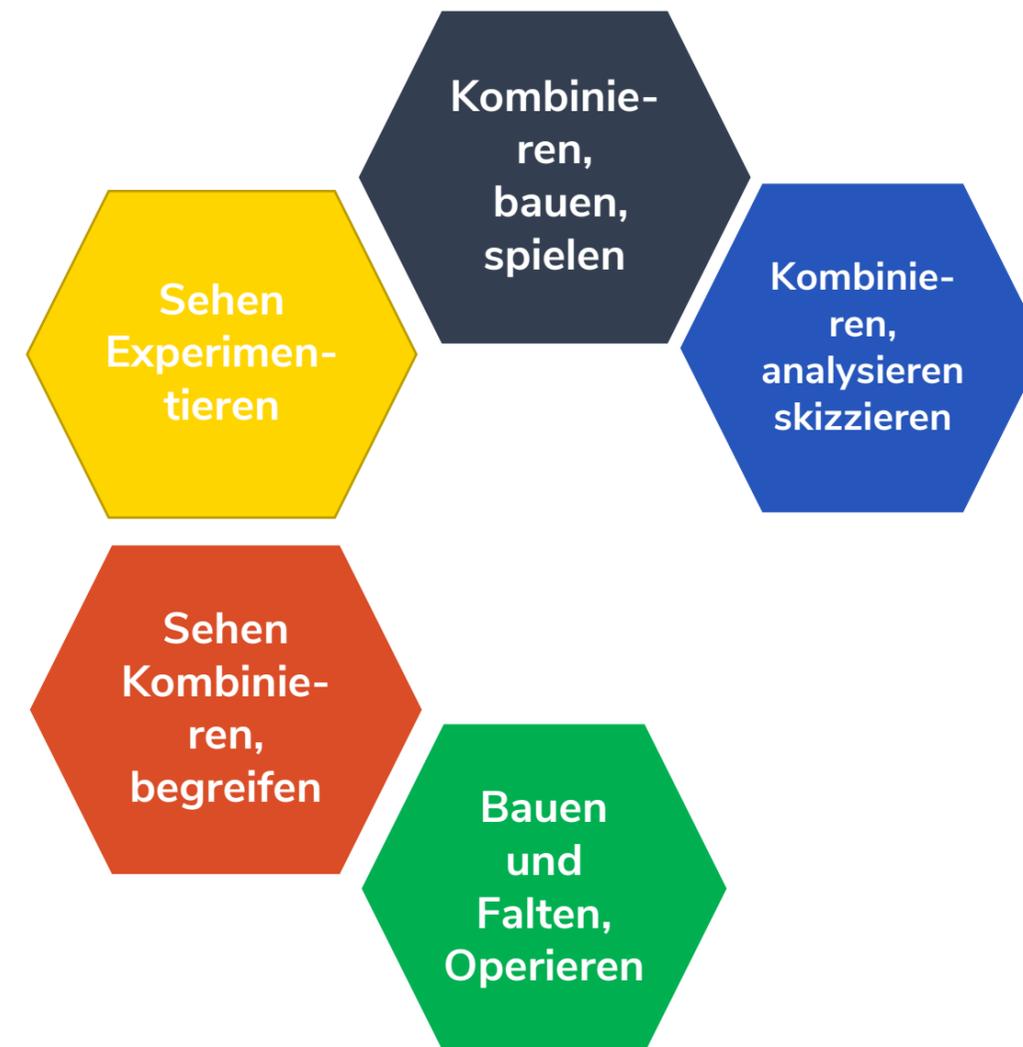
In Graz zu Gast vom 3.2.2025 bis zum 14.2.2025



Webpräsenz auf der Seite des Österreichischen Fachverbandes Geometrie



Bestehend aus 4 Lernwegen á 5 Stationen, gedacht für 7.-9. Schulstufe

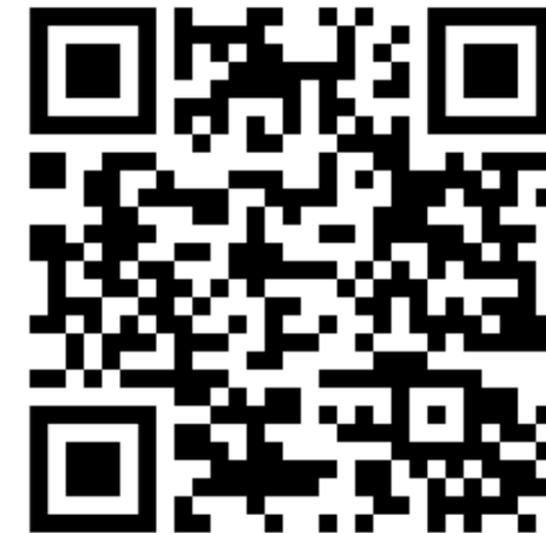


Zusammenstellung und Gestaltung der Ausstellung:



Burghard Fiechtner (nicht auf dem Bild)
Josef Hirzinger
Renate Kobli
Luise Maar
Stefan Schleiffelder

Quelle: <https://www.geometry.at/aktivitaeten/wanderworkshop>



Webpräsenz auf der Seite des
Österreichischen Fachverbandes
Geometrie



Video zur Entstehung und
Gestaltung des Geometrie-
Wanderworkshops



Aktivität A

Sieh durch jedes der beiden Seh-Löcher bei der Box und schau dir die „Drei-Balken-Verbindung“ (auch „Tri-bar“ genannt) an. Kannst du sehen, wie sie bei einer dieser Ansichten fast „unmöglich“ wirkt – so wie im Foto links oben?

Weg B: Anleitung zur Bearbeitung

Suche die blaue Station von deinem **Weg B**. Auf Seite 3 dieser Broschüre kannst du abhaken, welche Stationen du schon besucht hast.

Info
Jetzt geht es um Unmögliches!
Ein **Impossibles** (auch „Impossible“) ist eine Figur, die man zwar zeichnen kann, die aber unmögliche räumliche Zusammenhänge zeigt.

Aktivität A
Sieh durch jedes der beiden Seh-Löcher bei der Box und schau dir die „Drei-Balken-Verbindung“ (auch „Tri-bar“ genannt) an. Kannst du sehen, wie sie bei einer dieser Ansichten fast „unmöglich“ wirkt – so wie im Foto links oben?

Aktivität B
Schneide von der **Kartonvorlage K4 (oben)** im Mittelteil dieses Heftes die beiden blauen Rechtecke aus. Dann trenne jedes Kartonstück längs der strichpunktieren Mittellinie. Du erhältst vier rechteckige Teile.

Vertauschst du nun die beiden rechten Hälften bei diesen beiden Bildern, so erhältst du zwei neue Bilder. Eines davon ist unmöglich, welches? Kreuze an, welche der drei unmöglichen Figuren entstanden ist:

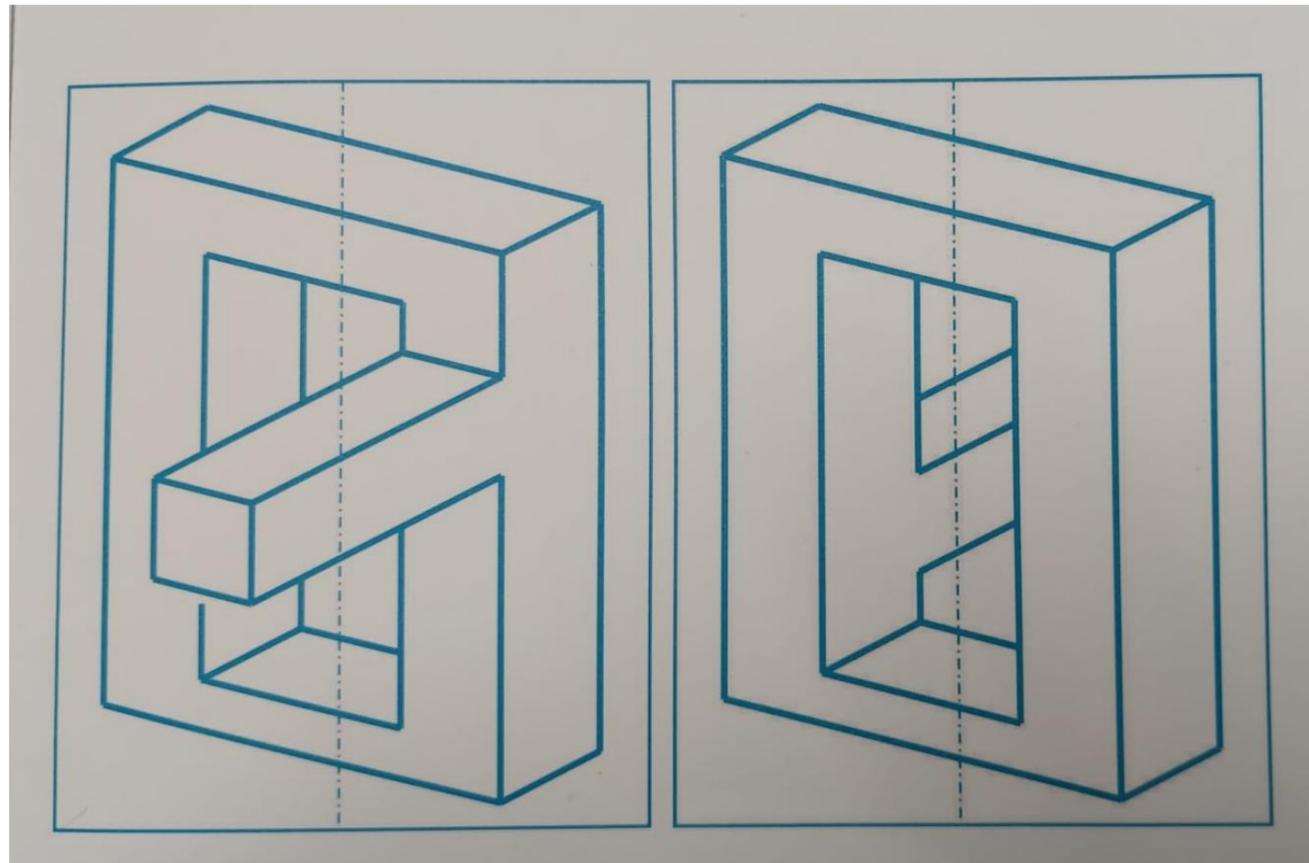
Hinweis
Im 3D-Museum in Dinkelsbühl (Deutschland) kann man die Entstehung eines Impossibles nachvollziehen: Es kommt auf den Standpunkt an.



Hinweis

Im 3D-Museum in Dinkelsbühl (Deutschland) kann man die Entstehung eines Impossibles nachvollziehen: Es kommt auf den Standpunkt an.





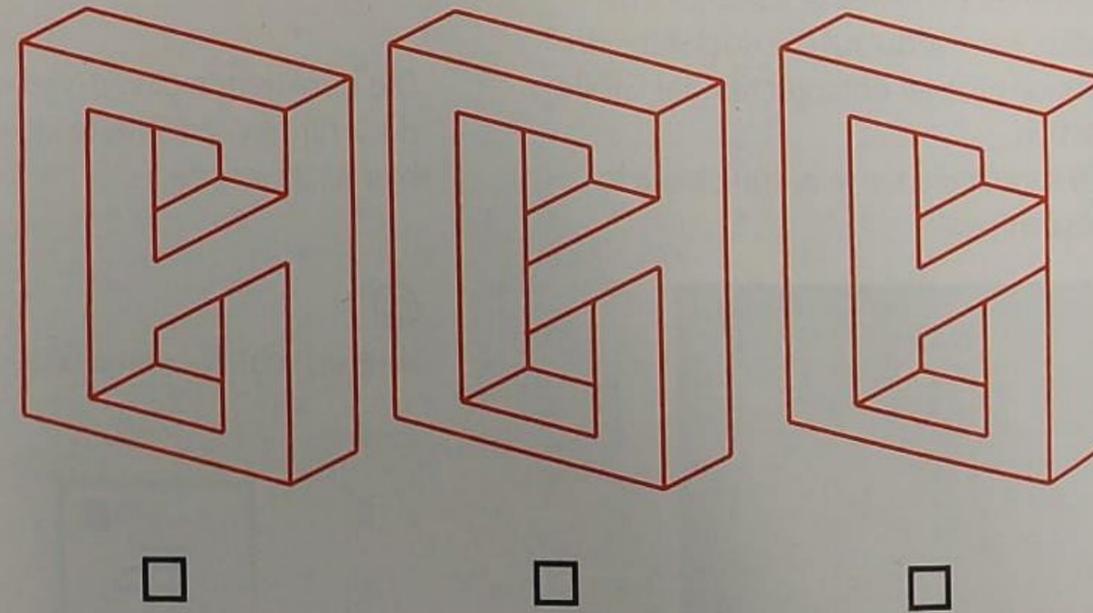
Aktivität B

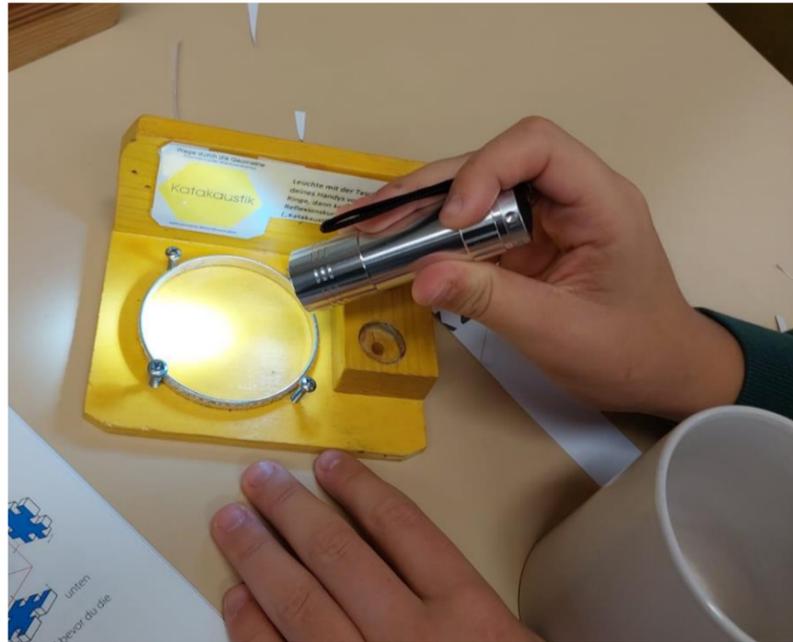
Schneide von der **Kartonvorlage K4 (oben)** im Mittelteil dieses Heftes die beiden blauen Rechtecke aus. Dann trenne jedes Kartonstück längs der strichpunktieren Mittellinie. Du erhältst vier rechteckige Teile.

Vertauschst du nun die beiden rechten Hälften bei diesen beiden Bildern, so erhältst du zwei neue Bilder.

Eines davon ist unmöglich, welches?

Kreuze an, welche der drei unmöglichen Figuren entstanden ist:







Die Lehrveranstaltung: Fokus auf Materialeinsatz



Hintergründe: Montessori, Fröbel und Co

Reformpädagogik als „Pädagogik vom Kinde her“

- Folgt dem konstruktivistischen Grundgedanken
- Lernen als ganzheitlich – viele Sinne aktivieren
- Material bietet an, lässt aber auch noch Freiheiten



Aebli, Piaget,...

Quelle:
Betzold

- Beeinflusste auch fachdidaktische Ansätze, vor allem im Elementar- und Primarbereich
- Außer digital jedoch kaum noch Einsatz im (höheren) Sekundarbereich



Wozu überhaupt Material?

Je nach Nutzung:

- (Grund)Vorstellungen aufbauen
- Darstellungen komplexer Beziehungen, auch dynamisch
- Operatives Prinzip / Begriffsbildung (Erinnerung: Grundfragen des MU)
- Hands-On – Mathematik begreifbar machen

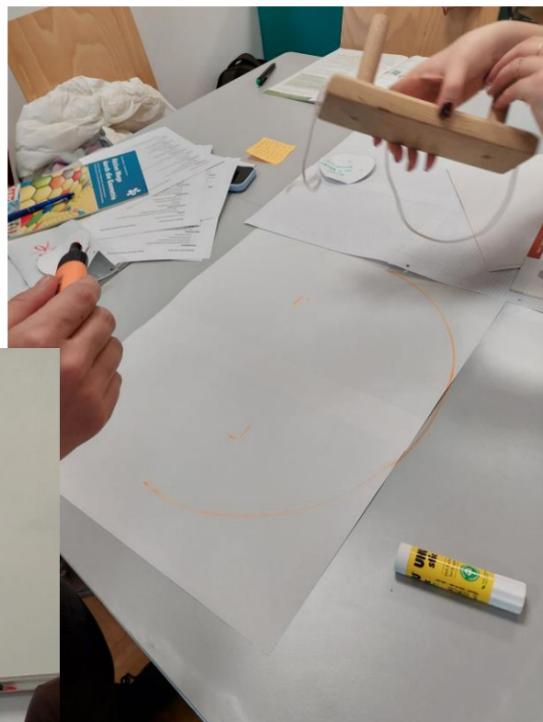
Anwendung im Unterricht (vor allem)

- Experimentieren: Erarbeitungsphase
- Darstellen: Präsentationsphase
- Auch: Proof without words! (z.B. Pythagoras)



Fahrplan des Seminars

Sitzung	Thema	
21.10.2024	Einführung ins Thema	Motivation und Hintergrund
4.11.2024	Theoretischer Input & Ausprobieren von Materialien	Erstes „Herantasten“, Eigenschaften von Materialien, Angebotscharakter und - einschränkungen
11.11.2024	Theoretischer Input & Ausprobieren von Materialien (Schwerpunkt inklusive Kontexte)	Materialeinsatz im inklusiven Unterricht; alle Sinne nutzen; (Universal Design for Learning)
25.11.2024	Lernweg C & D	<div style="border: 1px solid red; padding: 5px; text-align: center;"> Vorbereitung: Stationen selbst gestalten (jeweils zu dritt einen Lernweg) </div>
2.12.2024	Lernweg A & B	
20.1.2024	Theoretische Perspektive	Ausprobieren und Kennenlernen der Lernwege
27.1.2024	Vorbereitung auf Hospitation	Reflexion der Erfahrungen mit den Stationen; erste Vorbereitung auf Beobachtungen
		Theoretischer Input zur Schärfung der Beobachtungen



Output: Didaktische Kommentare

Arbeitsauftrag:

Durchdringen Sie die Stationen

- **Fachlich:** Was soll erfahren werden?
- **Fachdidaktisch:** Wie wird die mathematische Idee erfahren?
- **Bezogen auf den Materialeinsatz:** Was ist das Material? Was bietet es an? Inwiefern ist es differenzierend?
- **Bezogen auf Ihre Erwartungen:** Welche Interaktionen der Schüler:innen erwarten Sie?



Handout (Weg D)

Skelett-Oktaeder (S. 21)

Fachlich: Was soll erfahren werden?

Die Schüler:innen sollen erfahren, was ein regelmäßiger Oktaeder ist, welche Eigenschaften dieser hat und wie er veranschaulicht werden kann. Durch das entstehende Oktaederskelett können die Schüler:innen eine Vorstellung aufbauen, wie der Körper tatsächlich aussieht, wenn die jeweiligen Dreiecksflächen gedanklich ergänzt werden.

Fachdidaktisch: Wie wird die mathematische Idee erfahren?

Die Schüler:innen werden angehalten, eigenständig ein Oktaedermodell zu falten. Dabei werden die einzelnen Faltschritte genau angegeben und die Schüler:innen können nach jedem Faltschritt selbst kontrollieren. Am fertigen Modell können dann gemeinsam alle Eigenschaften diskutiert werden.

Bezogen auf den Materialeinsatz: Was ist das Material? Was bietet es an? Inwiefern ist es differenzierend?

Das Material umfasst insgesamt sechs quadratische Zettel in drei verschiedenen Farben. Durch die unterschiedlichen Farben werden die aufeinander senkrecht stehenden quadratischen Grundflächen einer Doppelpyramide sehr gut sichtbar. Da das Modell aus sechs sternförmigen Einzelteilen besteht, können diese bei Bedarf (z. B. bei einem Faltefehler) noch einmal gefaltet werden, ohne dass die bisherigen Einzelteile verworfen werden müssen. Das Zusammenstecken der Einzelteile lässt dann das fertige, sehr stabile Modell eines Oktaeders entstehen. Die genaue visuelle Darstellung der einzelnen Faltschritte unterstützt die Schüler:innen in ihrem Faltprozess. Um das didaktische Prinzip der Differenzierung noch stärker hervorzuheben, könnte die Anleitung noch in schriftlicher, audiovisueller (unterteilt) und auditiver Form zur Verfügung gestellt werden. In Bezug auf das Material wären dahingehend auch unterschiedliche Papiergrößen wichtig, um die verschiedenen entwickelten feinmotorischen Kompetenzen zu berücksichtigen (im Allgemeinen erleichtert sich das Falten, aber auch das Zusammenstecken, je größer das quadratische Papier ist).

Bezogen auf Ihre Erwartungen: Welche Interaktionen der Schüler:innen erwarten Sie?

Ich kann mir gut vorstellen, dass manche Schüler:innen nicht die Geduld und/oder Ausdauer beim Zusammenstecken der Einzelteile mit sich bringen. Dahingehend ist auch eine erhöhte Frustrationstoleranz erforderlich, da es entmutigend sein kann, wenn die Teile immer wieder auseinanderfallen oder sich nicht ineinanderstecken lassen. Ich glaube, dass die meisten Schüler:innen große Motivation mitbringen, ihr eigenes Oktaedermodell zu falten und sie dieses auch im Unterricht weiterhin als Anschauungsmaterial verwenden werden.

Erklärvideo – Oktaeder-Skelett falten

https://youtu.be/_ljp_O5vYBY



Seite 1 von 5

Literatur: Wegand, H. G., Pfler, A., Hözl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmid-Thieme, B. & Wittmann, G. (2018). Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Springer Spektrum.

Handout (Weg A)

Fachlich: Was soll erfahren werden?

Station grün beschäftigt sich mit den platonischen Körpern und deren Eigenschaften. Die Schüler:innen sollen die Regelmäßigkeit der Körper erfahren (gleich lange Kanten, deckungsgleiche Begrenzungsflächen, gleich große Winkel zwischen benachbarten Kanten) sowie die fünf (einzig möglichen) Körper benennen können.

Station blau befasst sich mit dem räumlichen Vorstellungsvermögen. Es geht darum, fehlende Kanten von offenen (nicht geschlossenen) Flächenmodellen zu ergänzen.

Station gelb setzt sich mit Reflexionskurven auseinander. Im Blickpunkt steht die sogenannte „Nephroide“ – die Hälfte jener Kurve nennt man „Katakaustik“, die bei der Aufgabe zu skizzieren ist. Zusätzlich ist die geometrische Argumentation für die Entstehung solcher Reflexionskurven nachzuvollziehen.

Station schwarz fokussiert erneut das räumliche Vorstellungsvermögen. Hierbei geht es um das Würfelnetz, dessen Zerlegung in verzahnte Seitenflächen wie auch deren Lagebeziehungen zueinander.

Station rot widmet sich wiederholt dem räumlichen Vorstellungsvermögen. Die Schüler:innen sollen erfahren, wie zweidimensionale Bilder von dreidimensionalen Objekten (von sogenannten Tschupikwürfeln) entstehen. Ebenso kann die Umkehrung nachvollzogen werden, indem man die ebenen Bilder betrachtet und das dazugehörige dreidimensionale Objekt bildet.

Fachdidaktisch: Wie wird die mathematische Idee erfahren?

Station grün basiert auf dem operativen Prinzip. Durch das eigenständige Handeln am Objekt untersuchen die Schüler:innen, welche Operationen ausführbar und wie sie miteinander verknüpft sind. Es geht um die Eigenschaften und Beziehungen der Objekte aufgrund ihrer Konstruktion und welche Wirkungen bestimmte Handlungen auf ebendiese Eigenschaften und Beziehungen der Objekte haben.

Für Station blau bildet das Spiralprinzip die didaktische Grundlage. Aufbauend auf Alltagserfahrungen (oder anderweitigen Vorerfahrungen) werden bestimmte geometrische Kompetenzen entwickelt, deren Vertiefung fortwährend möglich ist.

Station gelb liegt ebenso das Spiralprinzip zugrunde. Wie zuvor werden geometrische Sachverhalte aufbauend auf einer Alltagserfahrung erarbeitet, die in Zukunft weiter vertieft werden können.

Station schwarz beruht auf dem EIS-Prinzip. Dabei werden alle Ebenen (enaktiv – ikonisch – symbolisch) miteinander verknüpft. Ein haptisches Modell, Bilder sowie bestimmte Bezeichnungen liegen vor und sind zueinander in wechselseitige Beziehungen zu stellen.

Station rot baut auf dem exemplarischen Lernen auf. Anhand eines „Paradebeispiels“ ist der Sachverhalt zuerst grundlegend zu erfassen. Die Erkenntnisse sind anschließend auf Allgemeines anzuwenden.

Rund um die Ellipse

Fachlich

- H3: Interpretieren, Deuten; I1: Geometrische Objekte und deren Eigenschaften
- 4. Klasse: Ellipse (Lehrplan, GZ)

Erwartete Interaktion

- Kritisches Denken
- Ungenaueres Lesen -> falsches Falten
- Schwierigkeiten Gärtnerkonstruktion
- Vergleichen (Kreis)

Fachdidaktisch

- Alltagsbezug (Planeten)
- Entdeckendes Lernen (Ausprobieren)
- Geometrische Konstruktionen
- Hypothesengeleitetes Denken

Materialeinsatz

- Differenzierend: Eher weniger
- Brennpunkte Gärtnerkonstruktion
- Falten: Reflektieren

PERSPEKTIVE-SCHAUKASTEN

Weg B | Geometrie-Wanderworkshop

FÜR LEHRER*INNEN

Kurzer Überblick über die fachlichen sowie fachdidaktischen Aspekte der Station

Fachliche Durchdringung – Was soll erfahren werden?

- Grundlegendes Verständnis der Zentralprojektion: Wie Lichtstrahlen von einem Punkt (dem „Augenpunkt“) ausgehen und Schatten auf Flächen werfen.
- Wahrnehmung, wie aus einer 2D-Zeichnung ein 3D-Eindruck entsteht.
- Förderung des räumlichen Denkens und der Fähigkeit, perspektivische Zusammenhänge zu erkennen.
- Kennenlernen und präzises Anwenden von Faltschnitten wie Rillen und Knicken.
- Verbindung zwischen Mathematik, Kunst und Wahrnehmung

Fachdidaktische Durchdringung – Wie wird die mathematische Idee erfahren?

- Haptisches Arbeiten: Basteln und Konstruieren des Schaukastens aus einer Papiervorlage.
- Mathematik durch Handeln entdecken: Selbst sehen, wie durch die Anordnung der Flächen und die Perspektive ein räumlicher Eindruck entsteht.
- Schrittweiser Aufbau: Vom Ausschneiden und Falten der Vorlage bis zum Beobachten durch das Sechloch.
- Selbstreflexion: Verstehen, wie Zeichnungen aus bestimmten Perspektiven verschmelzen und den räumlichen Eindruck erzeugen.

Materialeinsatz – Was ist das Material? Was bietet es an? Inwiefern ist es differenzierend?

- Benötigte Materialien:
 - Papiervorlage K2 (aus dem Projektheft)
 - Schere zum Ausschneiden der Vorlage
 - Geodreieck oder Kugelschreiber zum Rillen (präzises Falten)
 - Bürostapler oder Kläber zum Fixieren der Laschen
 - Spitzes Werkzeug (z. B. Bleistift) zum Bohren des Sechlochs
- Besonderheiten der Vorlage:
 - Deutliche Kennzeichnung der Linienarten (Volllinien und gestrichelte Linien) zur Unterstützung beim Falten.
- Differenzierende Aspekte:
 - Flexible Anpassung des Arbeitstempos an individuelle Bedürfnisse.
 - Möglichkeit zur Kooperation oder zum eigenständigen Arbeiten.
 - Freie Beobachtung und Interpretation des erzeugten räumlichen Eindrucks.

**Anschauen, angreifen,
ausprobieren!**

Kopernikusgasse 24, 4. OG

Folgen Sie mir – auffällig oder unauffällig.

