

Potentialströmungen - Fortsetzung

1. Aufgabe:

Aus Beobachtungen ist bekannt, dass an Brückenpfeilern in Flüssen das Wasser im Bereich der Anströmung über das Niveau des allgemeinen Wasserspiegels steigt, und seitlich darunter fällt. Im hinteren Bereich folgt ein Nachlauf mit stark verwirbelter Strömung.

Das Steigen und Sinken des Wasserspiegels in der vorderen Hälfte des Pfeilers kann mit den Mitteln der Potentialtheorie sehr gut erklärt werden, während der Strömungszustand im Abströmbereich sich einer solchen Behandlung völlig entzieht.

Dazu wollen wir einen kreiszylindrischen Pfeiler (Radius $R = 0,5 \text{ m}$) annehmen, der von Wasser (Dichte $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) mit einer Geschwindigkeit $U_\infty = 2 \text{ m/s}$ angeströmt wird. In größerer Tiefe entspricht die Strömung angenähert der ebenen Potentialströmung um einen Kreiszyylinder. Daraus kann die Druckverteilung an der Zylinderoberfläche in größerer Tiefe ermittelt werden.

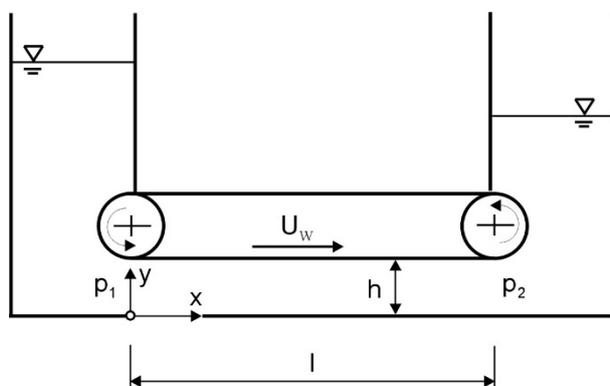
An der freien Oberfläche der Strömung herrscht überall der Umgebungsdruck $p_0 = 1 \text{ bar}$. Entlang einer Stromlinie an der freien Oberfläche folgt damit, dass dort die Summe aus kinetischer und potentieller Energie konstant ist. Das bedeutet, dass sich die Veränderung der Geschwindigkeit in einer Änderung der Höhenlage widerspiegeln muss. Dieses „Höhenprofil“ der Oberfläche kann als Abbild des Druckprofils in größerer Tiefe gedeutet werden.

- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeitsverteilung und die Druckverteilung am Zylinderumfang in größerer Tiefe.
- b) Skizzieren Sie dazu das Stromlinienbild und die Druckverteilung.
- c) Berechnen Sie die Höhe der Wasseroberfläche in Bezug auf das Niveau des allgemeinen Wasserspiegels für den vorderen Staupunkt und den seitlichsten Punkt des Zylinders.

Laminare Strömungen

2. Aufgabe:

Die Überlagerung von Druckgefälle und reiner Scherung in laminaren Strömungen kann durch die folgende sehr einfache Anordnung untersucht werden. Zwei Behälter sind durch einen Kanal (Höhe h , Länge l) verbunden, dessen obere Wand als umlaufendes Band ausgebildet ist. Dies kann als eine einfache Pumpe zur Förderung der Flüssigkeit (Dichte ρ) von einem Behälter in den anderen angesehen werden.



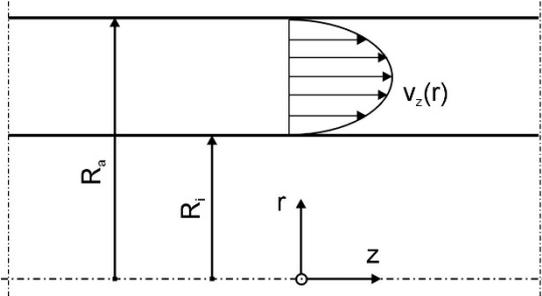
Das Problem soll als eben betrachtet werden (Tiefe 1 senkrecht zur Zeichenebene). Die Drücke p_1 bzw. p_2 an den Kanalenden ($x = 0$ bzw. $x = l$) entsprechen dem hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule im jeweiligen Behälter. Die Strömung sei unabhängig von Massenkräften.

Für stationäre Strömung und unter der Annahme, dass keine Beschleunigung in x -Richtung erfolgt (ausgebildete Strömung), soll die Strömung unter folgenden Gesichtspunkten untersucht werden:

- a) Berechnen Sie vorerst den Druckverlauf im Kanal und die Geschwindigkeitsverteilung $u = u(y)$ als Funktion der Druckdifferenz $p_1 - p_2$ und der Bandgeschwindigkeit U_w .
- b) Berechnen Sie den Verlauf der Schubspannung im Fluid $\tau = \tau(y)$ und daraus weiter die Wand-schubspannungen an der unteren Wand bzw. am Band.

- c) Skizzieren Sie die möglichen Verläufe von $u(y)$ und $\tau(y)$ für rein druckgetriebene Strömung, rein schergetriebene Strömung und bei Überlagerung beider Mechanismen.
- d) Berechnen Sie jene Druckdifferenz $p_1 - p_2$, bis zu der gilt: $u(y) > 0$ für $y > 0$.
- e) Berechnen Sie den Volumenstrom im Kanal und jene Druckdifferenz, bis zu der Fluid von links nach rechts gefördert werden kann.

3. Aufgabe - Zusatzaufgabe:



Es soll die ausgebildete, laminare, drallfreie, rotations-symmetrische Strömung eines inkompressiblen Newtonschen Fluids (Dichte ρ , dynamische Zähigkeit μ) im Spalt zwischen zwei konzentrischen Rohren mit Kreisquerschnitten der Radien R_i und R_a untersucht werden.

Berechnen Sie ausgehend von den Navier-Stokes-Gleichungen in Zylinderkoordinaten die Geschwindigkeitsverteilung $v_z(r)$ und den Volumenstrom \dot{V} als Funktion des Druckgradienten $\partial p / \partial z$.