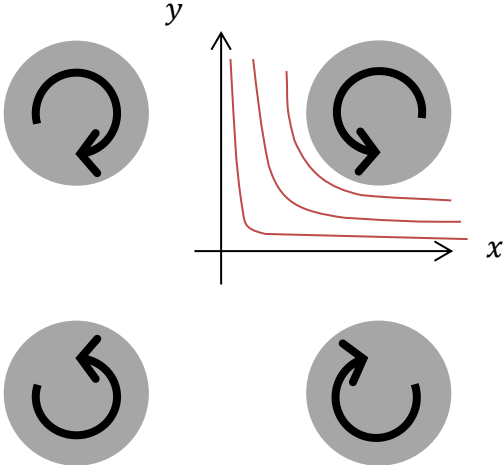


Kinematische Grundbegriffe: Dehnung, Drehung in einer Strömung

1. Aufgabe

Wir betrachten die Strömung zwischen vier drehenden Rollen mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\pm\omega$ in z-Richtung. Diese Strömung wird als elongationale Strömung bezeichnet und ist in der folgenden Abbildung skizziert. Das Geschwindigkeitsprofil kann wie folgt dargestellt werden:

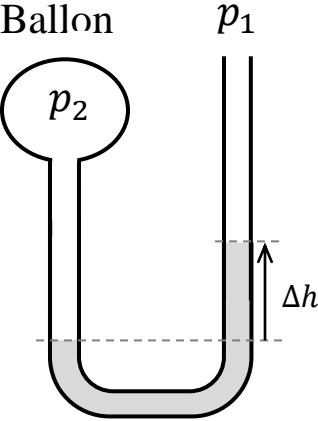
$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} v_x = \gamma x \\ v_y = -\gamma y \end{pmatrix}$$



- a) Aus dieser Strömung soll ein quaderförmiges Element (ABDC) herausgegriffen werden. Berechnen Sie die Verformung der Vektoren $\vec{AB} = \delta x \vec{e}_x$ sowie $\vec{AC} = \delta y \vec{e}_y$ nach der Zeit δt . Wie können Sie diese Verformung beschreiben (Verzerrung, Verdrehung)?
- b) Stimmen Ihre Interpretationen mit den Berechnungen der Divergenz und des Rotors des Geschwindigkeitsfeldes überein?

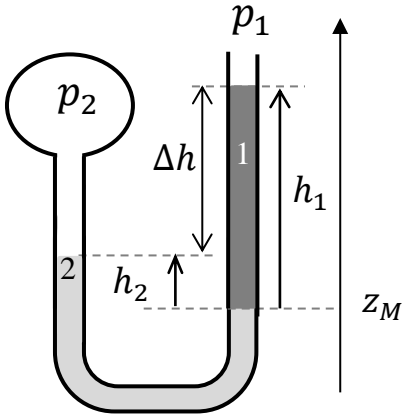
Hydrostatik

2. Aufgabe:



Manometer auf Quecksilberbasis (Hg) werden seit langem verwendet, um den Blutdruck von Patienten zu messen. Der Ballon wird in engem Kontakt mit dem Arm des Patienten befestigt und überträgt den Druck, $p_{Blut} = p_{Ballon} = p_2$. Der Umgebungsdruck ist p_1 und die Druckdifferenz kann mithilfe der Quecksilbersäule interpretiert werden. Ein gesunder Patient hat eine Systole (höheren Blutdruckwert) von 120 mmHg und eine Diastole (niedrigeren Blutdruckwert) von 80 mmHg.

- a) Angenommen, die Dichte von Quecksilber beträgt 13600 kg/m^3 . Wie kann der Druck in Pa berechnet werden? Wenn die Dichte von Wasser 1000 kg/m^3 beträgt, wie groß wäre Δh_{H_2O} , der Höhenunterschied in der Flüssigkeitssäule, wenn das Quecksilber durch Wasser ersetzt würde? Wäre es praktikabel?
- b) Welcher maximale Druckunterschied $p_2 - p_1$ kann mit einem solchen Manometer unter Verwendung von (i) Quecksilber und (ii) Wasser gemessen werden, wenn der Höhenunterschied auf 300 mm begrenzt ist? Der*die Operator*in kann das Ergebnis mit einer Unsicherheit von 1 mm ablesen, diese Unsicherheit soll nicht mehr als 5 % vom abgelesenen Höhenunterschied Δh sein. Welcher minimale Druckunterschied kann dann gemessen werden? Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse anhand von Grafiken, die Druckunterschied als Funktion von Δh_{Hg} und Δh_{H_2O} zeigen.



Zur Verbesserung der Spezifikationen des Manometers (maximale Druck und Genauigkeit) wird vorgeschlagen, zwei nicht mischbare Flüssigkeiten zu kombinieren, siehe Skizze. Die Flüssigkeit 1 hat eine feste Säulenlänge l_1 und wir nehmen an, dass sie vollständig auf der rechten Seite des U-förmigen Rohrs verbleibt.

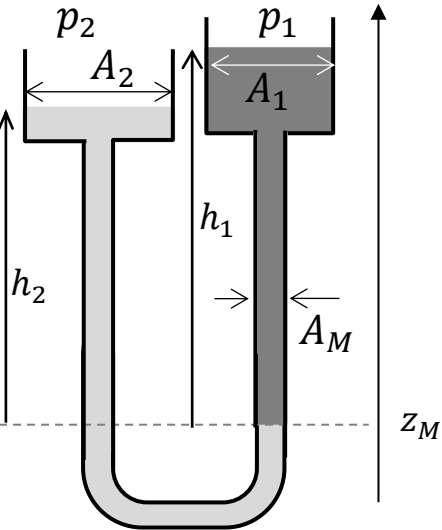
c) Der Druck am Meniskus zwischen den beiden Flüssigkeiten in z_M ist p_M . Berechnen Sie den Höhenunterschied Δh für den Fall, dass $p_2 = p_1$ als Funktion von l_1, ρ_1, ρ_2 und den Dichten die Flüssigkeiten.

Der Druck p_2 wird jetzt auf $p_2 + \Delta p$ erhöht. Der neue Höhenunterschied ist Δh^* , und der Meniskus wird von z_M zu z_M^* verschoben.

d) Berechnen Sie Δp als Funktion der Meniskusverschiebung $\Delta h_M = z_M^* - z_M$ und als Funktion des neuen Höhenunterschieds Δh^* . Es wird empfohlen, mit einer Skizze zu beginnen.

Die Dichten sind $\rho_1 = \rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ und $\rho_2 = \rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$.

e) Welcher Druckbereich kann gemessen werden, wenn man Δh^* abliest, unter der Annahme, dass die minimalen und maximalen ablesbaren Werte von Δh^* 20 mm und 300 mm sind? Sie sollen l_1 gleich 5mm, 5cm und 0.5 m annehmen. Bitte interpretieren sie das Ergebnis grafisch. Wie ändern sich die minimalen und maximalen messbaren Druckunterschiede, wenn Δh_M abgelesen wird? Wir behalten 20 mm und 300 mm als die ablesbaren Grenzen.



f) Eine Variante dieses Manometers kann durch die Einführung von Flüssigkeitsreservoirs mit unterschiedlichen Querschnitten realisiert werden, siehe Skizze. Hier, $A_1 = 10A_M$ und $A_2 = 20A_M$. Berechnen Δp als Funktion der Meniskusverschiebung Δh_M . Geben Sie eine graphische Interpretation. Vergleichen Sie die Leistungen der beiden Geräte für $A_M \ll A_1 \approx A_2$.