Konvektiver Wärmetransport 1

1. Aufgabe:

Es soll die Temperaturverteilung in einer inkompressiblen Spaltströmung ohne Druckgradienten untersucht werden (ebene Couette-Strömung). Die untere Wand ist in Ruhe und hat die konstante Temperatur T_1, während die obere Platte mit der Geschwindigkeit U_W in x-Richtung bewegt wird und auf der Temperatur T_2 gehalten wird. Die Stoffwerte des Mediums sind bekannt.

a) Bestimmen Sie aus Kontinuitätsgleichung und Impulsgleichung die Geschwindigkeitsverteilung u, v im Spalt.
b) Bestimmen Sie aus der thermischen Energiegleichung die Temperaturverteilung im Spalt.
c) Zeigen Sie durch geeignete dimensionslose Darstellung der Temperaturverteilung, von welchen Kennzahlen die Temperaturverteilung abhängt, und skizzieren Sie die Temperaturverteilung für verschiedene Werte dieser Kennzahlen.
d) Berechnen Sie die Wärmestromdichten durch beide Wände als Funktionen der Kennzahlen, damit konstante Wandtemperaturen aufrecht erhalten werden können.
e) Berechnen Sie die Zahlenwerte der Wärmestromdichten durch beide Wände sowie die Maximaltemperatur im Fluid für den Fall, dass Motoröl in einem Spalt mit der Höhe h strömt.

Zahlenangaben:		**Stoffwerte** (bei 20°C):	
$T_1 = 10°C$	$h = 3$ mm	$\rho = 888$ kg/m³	$\lambda = 0{,}145$ W/mK
$T_2 = 30°C$	$U_W = 10$ m/s	$\nu = 9\cdot10^{-4}$ m²/s	

2. Aufgabe:

Wasserdampf mit der Temperatur T_∞ strömt mit der Geschwindigkeit U_∞ längs einer ebenen Wand (Länge L) mit der konstanten Temperatur T_W. Die längs der Wand gebildete Grenzschicht kann vom Beginn an als turbulent vorausgesetzt werden. Über die Wand soll dem Dampf pro Meter Breite der Wärmestrom Q zugeführt werden. Das Problem ist als eben zu behandeln

Berechnen Sie die Anströmgeschwindigkeit U_∞, die notwendig ist, um den geforderten Wärmestrom zu erreichen.

Zahlenangaben:		**Stoffwerte:**	
$T_W = 550$ °C	L = 2m	$\lambda = 3{,}39\cdot10^{-2}$ W/mK	Pr = 0,998
$T_\infty = 450$ °C	Q = 1200 W/m	$\nu = 38{,}7\cdot10^{-6}$ m²/s	

3. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Ein inkompressibles Fluid mit der Temperatur T_∞ strömt laminar längs einer ebenen Platte mit dem Beginn bei x=0. Die Anströmgeschwindigkeit sei U_∞. Bis zum Punkt $x = x_0$ hat die Platte dieselbe Temperatur wie das Fluid. Ab $x = x_0$ wird mit konstanter Wärmestromdichte q_W = konstant Wärme zugeführt. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht entwickelt sich von der Vorderkante ab, während sich die Temperaturgrenzschicht erst ab $x = x_0$ zu entwickeln beginnt. Viskose Dissipation sei vernachlässigbar.

Das Problem soll mit Hilfe einer Integralmethode untersucht werden. Für die Geschwindigkeitsverteilung kann das folgende Profil angenommen werden, wobei $\delta = \delta(x)$ die Dicke der Geschwindigkeitsgrenzschicht bedeutet:

$$\frac{u}{U_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

Für das Temperaturprofil kann ein Polynomansatz in folgender Form gemacht werden, wobei $\delta_T = \delta_T(x)$ die Dicke der Temperaturgrenzschicht bedeutet:

$$\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty} = a + b\frac{y}{\delta_T} + c\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^2 + d\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3$$

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten dieses Polynomansatzes aus den Randbedingungen bei $y = 0$ und $y = \delta_T$.

b) Integrieren Sie die problemrelevante Form der Energiegleichung (analog zum Kármánschen Impulssatz) und beweisen Sie das folgende Ergebnis:

$$\frac{d}{dx}\left[\theta_T\, U_\infty \left(T_W - T_\infty\right)\right] = \frac{q_W}{\rho c_p} \qquad \text{mit} \qquad \theta_T = \int_0^{\delta_T} \frac{u}{U_\infty}\,\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty}\,dy$$

Das Integral soll unter der Voraussetzung $\delta_T < \delta$ ausgewertet werden.

c) Lösen Sie diese Gleichung und ermitteln Sie das Verhältnis δ_T/δ als Funktion von x und Pr.

d) Berechnen Sie die örtliche Nusselt-Zahl Nu_x und die örtliche Temperaturdifferenz $T_W(x) - T_\infty$ jeweils in Abhängigkeit von x, Re_x und Pr.

Wichtiges Ergebnis für $x_0 = 0$:

$$\boxed{Nu_x = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} = 0.4176\,\sqrt{Re_x}\; Pr^{1/3}}$$

bei konstanter Wärmestromdichte q_W = konstant über die Wand