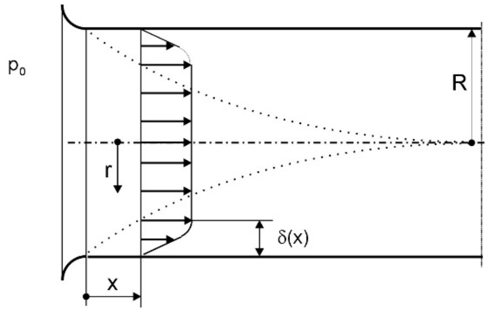
Grenzschichten - Fortsetzung

1. Aufgabe:

Es soll die Einlaufströmung in einem horizontalen Rohr (Radius R) berechnet werden, wobei das Fluid aus einem Raum mit dem statischen Druck p_0 angesaugt wird.



Es soll davon ausgegangen werden, dass die Strömung laminar ist und das Geschwindigkeitsprofil durch folgende Beziehungen (mit $\delta = \delta(x)$) angenähert werden kann:

$$u(r,x) = u_m \text{ im Kernbereich für } 0 \le r \le (R-\delta)$$

$$u(r,x) = u_m \left\{1 - \left[\frac{r-(R-\delta)}{\delta}\right]^2\right\} \text{ für } (R-\delta) \le r \le R$$

Dabei bezeichnet u_m die Geschwindigkeit im Kernbereich der Strömung außerhalb der Grenzschicht. Der statische Druck p ist überall konstant über den Querschnitt.

Unter Verwendung der Bernoulligleichung, die außerhalb der Grenzschicht gültig ist, ist die folgende dimensionslose Druckdifferenz zu bestimmen ($\overline{U}$ bezeichnet die volumenstromäquivalente mittlere Geschwindigkeit):

$$\frac{p_0 - p}{\frac{\rho}{2}\overline{U}^2} \text{ in Abhängigkeit von } \frac{\delta(x)}{R}.$$

a) Bestimmen Sie die Druckdifferenz für eine beliebige Position im Rohr zwischen dem Einlaufbereich und jener Stelle, wo die Ausbildung des Geschwindigkeitsprofils erreicht wird.

b) Spezialisieren Sie dieses Ergebnis für den Beginn des Rohres und jene Stelle, wo Ausbildung erreicht ist.

2. Aufgabe:

Zur Annäherung der Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Grenzschichten wird häufig der folgende Ansatz verwendet, wobei der Exponent n eine Funktion der Reynoldszahl ist [n = n(Re)]:

$$\frac{u}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Für praktische Zwecke wird meist mit dem über einen großen Bereich der Reynoldszahl anwendbaren Wert von n = 7 gerechnet.

a) Berechnen Sie für dieses Geschwindigkeitsprofil die Verdrängungsdicke $\delta_1(x)$ sowie die Impulsverlustdicke $\delta_2(x)$.

b) Mit Hilfe der folgenden empirischen Beziehung für die Wandschubspannung

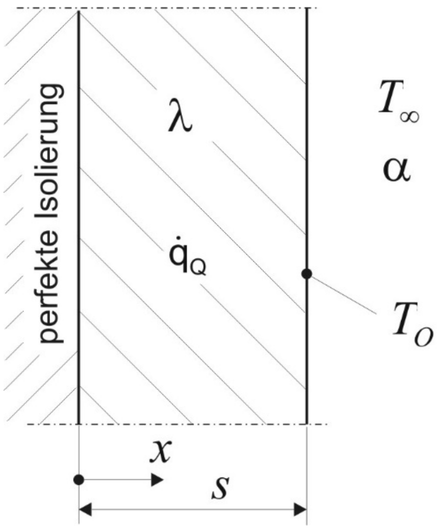
$$\frac{\tau_W}{\rho U_\infty^2} = 0{,}0225\left(\frac{\nu}{U_\infty \delta}\right)^{\frac{1}{4}}$$

ist ausgehend vom Kármánschen Impulssatz der Verlauf der Grenzschichtdicke δ(x) an einer ebenen Platte zu berechnen, wobei angenommen werden kann, dass die Grenzschicht von Beginn an turbulent ist.

Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung
Technische Universität Graz
Strömungslehre und Wärmeübertragung I, UE (LV 321.101)
SS 2024 12. Übungsblatt

Wärmeleitung

3. Aufgabe:



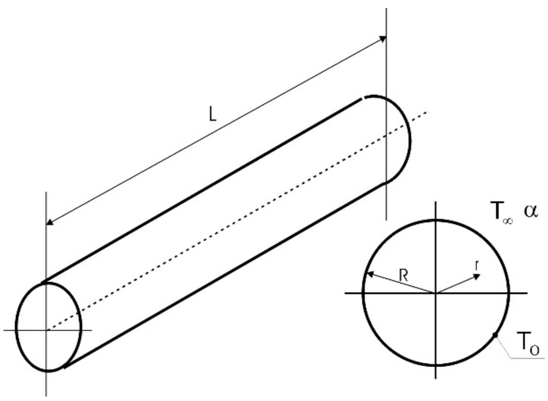
Es soll eine Wandheizung ganz allgemein untersucht werden. Wie in der Skizze dargestellt, besteht diese Heizung aus einer ebenen Schicht, die Wärmequellen konstanter Stärke $\dot{q}_Q$ [W/m^3] enthält. An der Rückseite ist diese Wand zur Verhinderung von Verlusten perfekt isoliert, und an der raumzugewandten Seite erfolgt der Wärmeübergang an die Raumluft durch Konvektion. Die Wärmeübergangszahl α ist gegeben. Die Dicke der Heizschicht ist s, die Wärmeleitfähigkeit λ und die Raumluft hat die Temperatur T_∞.

Es soll nur der stationäre Fall untersucht werden. Die Ausdehnung der Wand kann als sehr groß angesehen werden → Problem eindimensional in x-Richtung.

a) Berechnen Sie den Temperaturverlauf T(x) in der Wand allgemein.
b) Geben Sie die Randbedingungen für die Stellen x = 0 bzw. x = s an.
c) Bestimmen Sie unter Verwendung der Randbedingungen den Temperaturverlauf T(x) für das vorliegende Problem. An welcher Stelle liegt das Temperaturmaximum?
d) Berechnen Sie mit den gegebenen Zahlenwerten die Temperatur bei x = 0 sowie die Temperatur der Oberfläche der Heizschicht T (x = s) = T_O.

Zahlenwerte: $T_\infty = 20°C$ $\alpha = 5$ W / m^2 K $\dot{q}_Q = 1000$ W/m^3 s = 0,1 m $\lambda = 12$ W / m K

4. Aufgabe:



Ein kreiszylindrischer Metallstab (Wärmeleitfähigkeit λ = konstant) mit dem Radius R und der Länge L wird als elektrische Widerstandsheizung verwendet. Dazu wird an den Enden eine Spannung angelegt. Wärmetechnisch kann dies durch gleichmäßig verteilte Wärmequellen konstanter Stärke $\dot{q}_Q$ [W/m^3] im Inneren beschrieben werden. Die Wärmeabgabe erfolgt durch Konvektion, wobei die Temperatur T_∞ der umgebenden Luft sowie die Wärmeübergangszahl α bekannt sind.

Es soll der stationäre Fall untersucht werden. Die Ausdehnung in axialer Richtung kann als sehr groß angesehen werden (L/R >> 1) → das Problem kann eindimensional in radialer Richtung behandelt werden.

a) Berechnen Sie vorerst allgemein den Temperaturverlauf T (r) im Stab.
b) Geben Sie die für das Problem relevanten Rand- bzw. Regularitätsbedingungen an.
c) Berechnen Sie nun den Temperaturverlauf im Stab unter Beachtung dieser Bedingungen.
d) Berechnen Sie die Temperatur T_O der Oberfläche des Stabes.
e) Wie viel Wärme wird pro Meter Stablänge abgegeben?