Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 25.01.2024

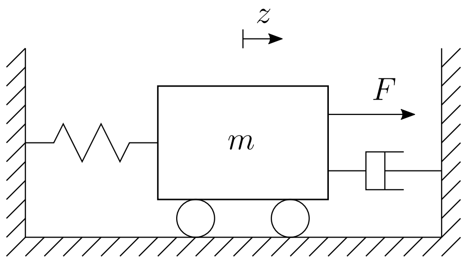
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

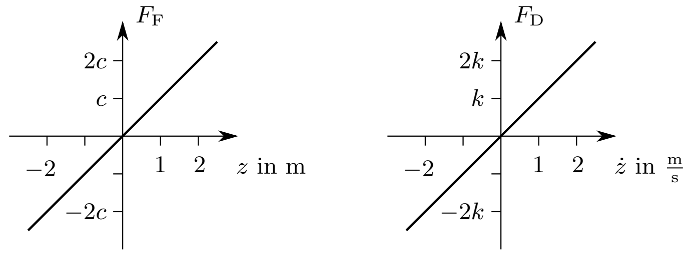
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	2	3	2	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das folgende mechanische System, bestehend aus einer Feder, Masse m und Dämpfer.



Die Federkraft F_F und Dämpferkraft F_D folgen den folgenden beiden Kennlinien:



Zusätzlich wirkt auf die Masse m die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit Eingangsgröße $u \coloneqq F$ auf. Die Ausgangsgröße y entspricht der Position z der Masse m.

a) Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

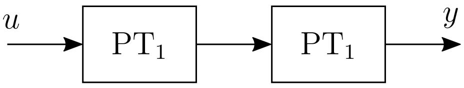
i) $p_1(s) = 27s^5 + s^4 + 9s^3 + s^2 + 100k$

ii) $p_2(s) = s^2 + k^2 s + 40$

iii) $p_3(s) = ks^3 + \frac{1}{k}s^2 + s + 1$

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Serienschaltung zweier PT_1-Glieder,



wobei die Parameter des ersten Gliedes durch K_1, T_1 und die des zweiten Gliedes durch K_2, T_2 gegeben sind.

a) Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ an.

b) Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du,$$

das die Übertragungsfunktion $G(s)$ besitzt.

c) Zeichnen Sie das Strukturbild des Zustandsmodells.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} &= \sqrt{x_1} - x_1 x_2 \\ \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} &= 4x_1 - x_2^2 \end{aligned}$$

mit den Zustandsvariablen $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte $\mathbf{x}_{\mathrm{R},1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{\mathrm{R},2} = \begin{bmatrix} 0.5 & \sqrt{2} \end{bmatrix}^T$ Ruhelagen des Systems sind.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ zum Punkt $\mathbf{x}_{\mathrm{R},2}$.

Aufgabe 5:

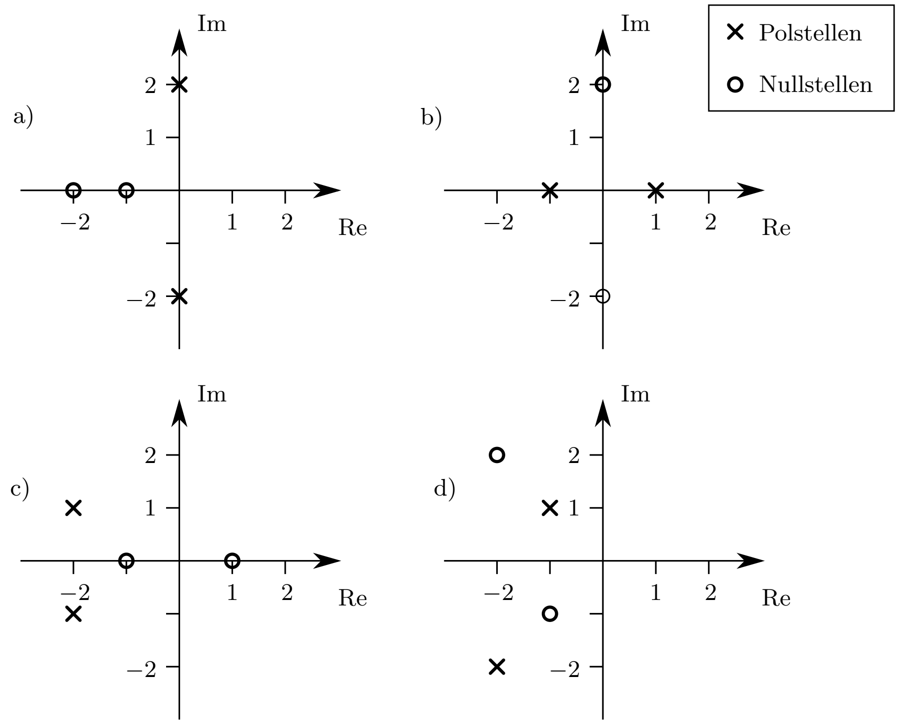
Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

Berechnen Sie die Systemantwort $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 6:

Gegeben seien die folgenden vier PN-Pläne.



Überprüfen Sie für jeden der vier Fälle, ob es sich um einen PN-Plan einer Übertragungsfunktion eines BIBO-stabilen, zeitkontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit reellen Koeffizienten handelt.
Berechnen Sie gegebenenfalls die Übertragungsfunktion G(s) unter der Annahme

$$G(0) = 3.$$

Aufgabe 7:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

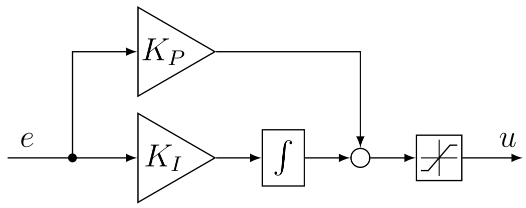
$$G(s) = \frac{1 + \frac{s}{a}}{(1 - \frac{s}{a})^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin(4t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = 4$, ii) $a = -4$.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig? (*Erklären Sie den auftretenden Effekt im Detail!*)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 13.03.2024

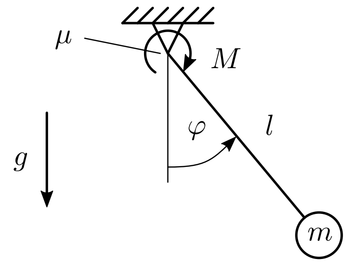
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	2	2	2	3	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das folgende Pendel, bestehend aus der Masse m, einem masselosen Stab der Länge l und einem Drehlager. In dem Drehlager wirkt das Reibmoment $M_\mathrm{R} = \mu\omega$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit beschreibt, μ ist eine positive reelle Konstante. Das Pendel befindet sich in einem Gravitationsfeld mit der Schwere g. Weiters wirkt in dem Drehlager ein extern aufgebrachtes Moment M. Das Massenträgheitsmoment der Masse m bezüglich der Drehachse beträgt $J = ml^2$.



Fassen Sie das Pendel als ein System mit der Eingangsgröße $u := M$ und der Ausgangsgröße $y := \ddot{\varphi}$ auf, wobei $\ddot{\varphi}$ die Winkelbeschleunigung ist.

a) Wählen Sie passende Zustandsgrößen und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u),\\ y &= h(\mathbf{x}, u).\end{aligned}$$

b) Handelt es sich um ein lineares System? Begründen Sie ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Die Transitionsmatrix eines autonomen LZI-Systems

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ ist gegeben als

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{t} & 0 \\ 0 & e^{-3t} - e^{t} & e^{-3t} \end{bmatrix}.$$

a) Ist das LZI-System asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Bestimmen Sie die Dynamikmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 3:

Gegeben sind die beiden Zustandsmodelle

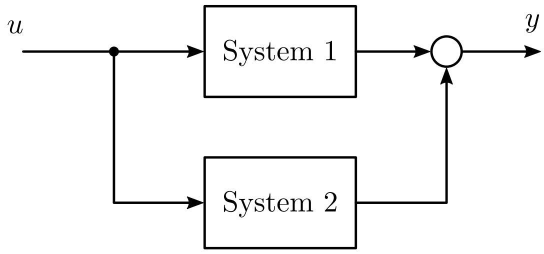
System 1:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 - x_2 \\ x_1 x_2 - 4u_1 \end{bmatrix}$$
$$y_1 = x_1 x_2$$

System 2:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^3 z_2 - 4u_2 \\ z_1 - 2 \end{bmatrix}$$
$$y_2 = z_1 z_2$$

mit den reellen Zustandsvariablen x_1, x_2, Ausgang y_1 und Eingang u_1 für System 1 beziehungsweise z_1, z_2, y_2 und u_2 im gleichen Sinne für System 2. Die beiden Systeme werden auf folgende Weise verschalten:



a) Bilden Sie ein Zustandsmodell des Gesamtsystems mit Eingang u und Ausgang y.

b) Berechnen Sie die Ruhelage des Gesamtsystems für $y = y_\mathrm{R} = 10$.

c) Ermitteln Sie basierend auf der berechneten Ruhelage ein linearisiertes Modell des Gesamtsystems.

Aufgabe 4:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$\begin{aligned} p_1(s) &= s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5 \\ p_2(s) &= ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 - s + 2 \\ p_3(s) &= s^3 + 4s^2 + s + k \\ p_4(s) &= 5s^3 - ks^2 + 5s - k^2 \end{aligned}$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die nachstehenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

a) $p_1(s)p_3(s)$ b) $p_4(s)$

c) $p_2(s)$ d) $p_3(s) + p_4(s)$

Aufgabe 5:

Gegeben sei in lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^5 y}{\mathrm{d}t^5} + 5\frac{\mathrm{d}^4 y}{\mathrm{d}t^4} - 4\frac{\mathrm{d}^3 y}{\mathrm{d}t^3} - 20\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^3 u}{\mathrm{d}t^3} - 2\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2}$$

beschrieben werden kann.

a) Zeigen Sie, dass das System BIBO-stabil ist.

b) Berechnen Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems.

Aufgabe 6:

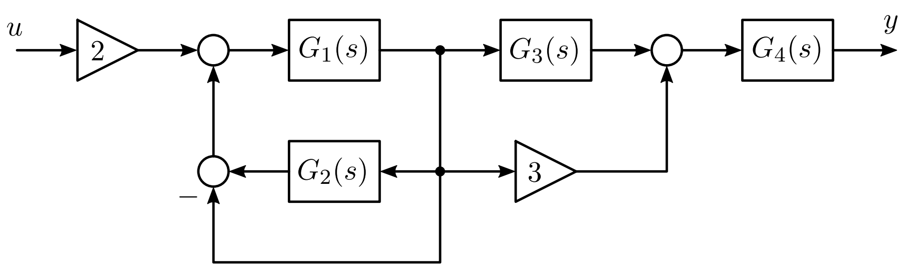
Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

- $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$ für $u(t) = \cos(t)$
- $y(t) = \sigma(t) + Ae^{-t} + Be^{-2t}$ für $u(t) = \sigma(t)$, wobei A und B reelle Koeffizienten sind und $\sigma(t)$ den Einheitssprung symbolisiert.

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungsgliedern:



a) Bestimmen Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

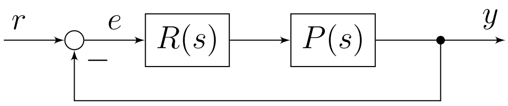
b) Setzen Sie nun die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+4}{s+1}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+2},$$
$$G_3(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_4(s) = \frac{s+1}{s+4}$$

ein und berechnen Sie $y_\infty := \lim_{t\to\infty} y(t)$ für $u(t) = 3\sigma(t)$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



wobei die Regelstrecke durch die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^3}$$

beschrieben werden kann.

a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die Parameter eines *PID*-Reglers zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden)

b) Welche Methode(n) können für diese Strecke $P(s)$ verwendet werden? (Begründen Sie ihre Antwort).

c) Als Regler wird $R(s) = K$ verwendet, wobei K ein reeller Parameter ist. Ermitteln Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K, für den die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

d) Ermitteln Sie $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $r(t) = \cos(2t)$ und $K = 4$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 06.05.2024

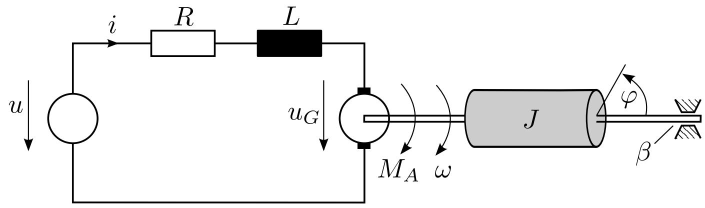
Nachname / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	2	2	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines permanenterregten Gleichstrommotors,



wobei J dem Trägheitsmoment des Motors entspricht. Weiters wirkt auf den Motor ein drehzahlproportionales Reibmoment $M_R = \beta\omega$. Das erzeugte Drehmoment ist proportional zum Strom im elektrischen Netzwerk, d.h. $M_A = k_T i$, die vom Motor induzierte Spannung ist proportional zur Drehzahl, d.h. $u_G = k_m\omega$. Die Parameter β, k_T und k_m sind positive Konstanten. Die Spannung u kann variiert werden.

a) Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y := \omega$ auf. Ermitteln Sie für $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i & \omega \end{bmatrix}^T$ ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Ermitteln Sie für $u = 3\sigma(t)$ die stationären Zustände $i_\infty = \lim_{t\to\infty} i(t)$ und $\omega_\infty = \lim_{t\to\infty} \omega(t)$ des Systems.

Aufgabe 2:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei gegeben durch

$$\dot{x}_1 = x_2 u - x_1, \qquad \dot{x}_2 = 2 - x_3, \qquad \dot{x}_3 = u + \cos(x_1).$$

a) Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems für die Eingangsgröße $u_R = 1$.

b) Linearisieren Sie das System in der Ruhelage $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \pi & \pi & 2 \end{bmatrix}^T$ und $u_R = 1$ und geben Sie das linearisierte System in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

an wobei $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$, $\Delta u = u - u_R$ und $\Delta y = y - y_R$ gilt.

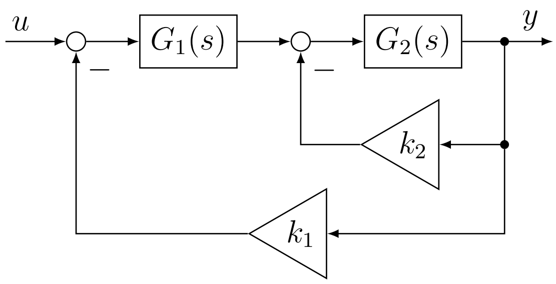
Aufgabe 3:

Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i)\quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
ii)\quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 1 \\
iii)\quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
iv)\quad & p_4(s) = 15s^2 + k^2 s^2 + k^3
\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 5:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3/7 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

System 2:

$$\dot{z} = -3z + 5v$$

$$y = z$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$. Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 6:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -2-j} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass im *eingeschwungenen Zustand* $y(t) = 0$ gilt, wenn $u(t) = 5\sin(2t)$ gewählt wird. Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = 5e^{-3t} + 3e^{t}.$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 2\delta(t-2)$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(1)}(t)$ für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

b) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(2)}(t)$ für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$.

c) Ermitteln Sie den Anfangszustand $x_0^{(3)}$ so, dass für die Ausgangsgröße $y^{(3)}(t) = 5e^{-t} - 2e^{7t}$ gilt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 27.06.2024

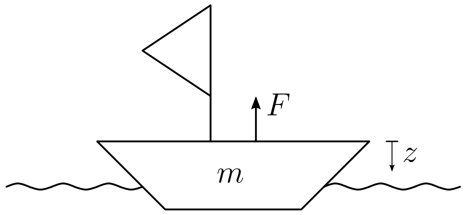
Nachname / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	2	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben ist ein auf Wasser treibendes Boot mit der Masse m.



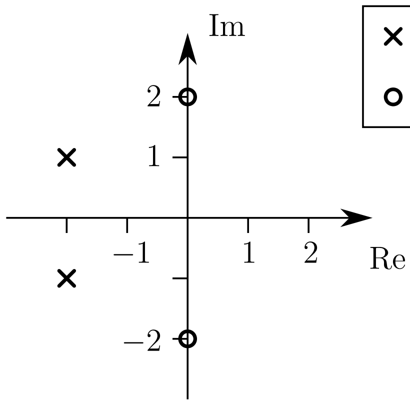
Die Wechselwirkung zwischen Wasser und Boot aufgrund des Auftriebs wird näherungsweise durch die Kraft $F_\mathrm{W} = cz$ beschrieben, wobei c eine reelle, positive Konstante ist. Zusätzlich wirkt aufgrund des Wellengangs eine Kraft F. Die Koordinate z beschreibt die Auslenkung aus der Ruhelage für $F = 0$, das heißt, dass für das ruhende Boot im ruhenden Wasser $z = 0$ gilt. Der Kontakt mit dem Wasser bewirkt eine geschwindigkeitsproportionale Reibung mit dem Proportionalitätsfaktor k.
Beschreiben Sie die Dynamik der Auf- und Abbewegung des Bootes durch ein lineares, zeitinvariantes Zustandsmodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,\\ y &= \mathbf{c}^\mathrm{T}\mathbf{x} + du\end{aligned}$$

wobei für die Eingangsgröße $u = F$ und für die Ausgangsgröße $y = z$ gilt.

Aufgabe 2:

Gegeben ist der Pol- Nullstellenplan einer Übertragungsfunktion $G(s)$ mit der Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y.



Weiters ist bekannt, dass für das Ausgangssignal $\lim_{t\to\infty} y(t) = 16$ gilt, wenn als Eingangssignal $u(t) = 4\sigma(t)$ gewählt wird.

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ und geben Sie $G(s)$ mit reellen Koeffizienten an.

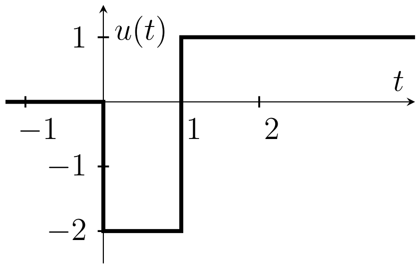
b) Ist $G(s)$ BIBO-stabil?

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 10s + 24}.$$

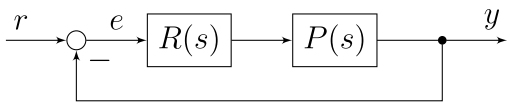
Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

gegeben.

a) Als Regler wird ein PI-Regler mit Proportionalbeiwert K_p und Nachstellzeit T_N verwendet. Geben Sie die dazugehörige Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

b) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden). Erklären Sie eine der Methoden im Detail.

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine mögliche Maßnahme, um diesen Effekt zu verhindern.

d) Es stellt sich leider heraus, dass in Punkt a) ein falscher Reglertyp ausgewählt wurde. Zeigen Sie, dass es *nicht* möglich ist, die positiven reellen Parameter K_p und T_N so zu wählen, dass die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

Aufgabe 5:

Ein lineares zeitinvariantes Übertragungssystem mit Eingangsgröße $u(t)$ und Ausgangsgröße $y(t)$ sei gegeben durch die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + 7\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + 12y(t) = 4\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + 2u(t).$$

Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} &= \sqrt{x_1} - x_1 x_2\\ \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} &= 4x_1 - x_2^2\end{aligned}$$

mit den Zustandsvariablen $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte $\mathbf{x}_{\mathrm{R},1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{\mathrm{R},2} = \begin{bmatrix} 0.5 & \sqrt{2} \end{bmatrix}^T$ Ruhelagen des Systems sind.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ zum Punkt $\mathbf{x}_{\mathrm{R},2}$.

Aufgabe 7:

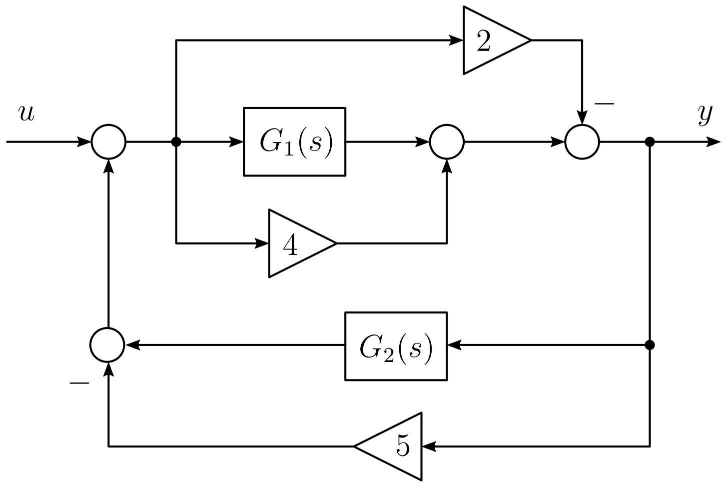
Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
&i) && p_1(s) = 15s^2 + k^2 s + k\\
&ii) && p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 2\\
&iii) && p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1\\
&iv) && p_4(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s
\end{aligned}$$

Beachten Sie Aufgabe 8 auf der nächsten Seite!

Aufgabe 8:

Betrachten Sie die folgende Zusammenschaltung von Übertragungsgliedern:



Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1**
am 09.10.2024

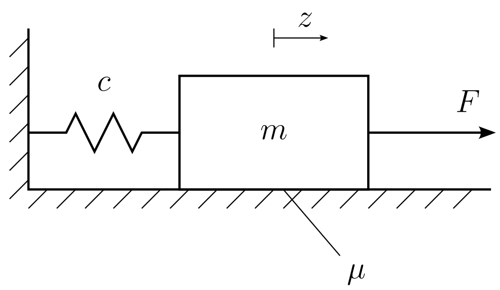
Nachname / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	2	2	2	3	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das folgende mechanische System, bestehend aus einer Feder und Masse m.



Die Federkraft ist proportional zur Auslenkung z mit dem Proportionalitätsfaktor c. Zwischen der Masse m und dem Boden wird Coulomb'sche Reibung angenommen, das heißt die Reibkraft wird durch $F_\mathrm{R} = mg\mu\,\mathrm{sign}(\dot{z})$ modelliert.
Zusätzlich wirkt auf die Masse m die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit Eingangsgröße $u := F$ und Ausgangsgröße $y := \dot{z}$ auf.

a) Wählen Sie passende Zustandsgrößen und ermitteln Sie ein Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u), \qquad y = h(\mathbf{x}, u).$$

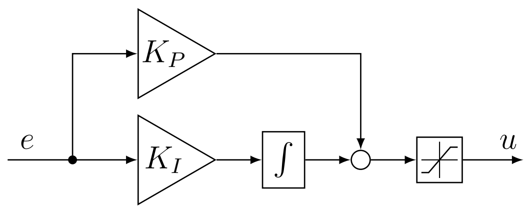
b) Ist es möglich ein Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^\mathrm{T}\mathbf{x} + du$$

anzugeben? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 2:

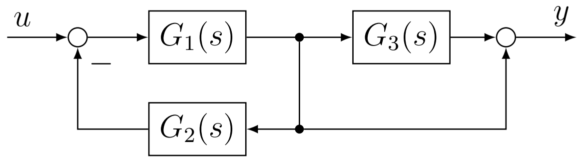
Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig? (*Erklären Sie den auftretenden Effekt im Detail!*)

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung der drei Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für die gegebenen *Impulsantworten*

$$g_1(t) = e^{-5t}\sigma(t), \qquad g_2(t) = ke^{-t}\sigma(t), \qquad g_3(t) = e^{-t}\sigma(t)$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+6s+5+k}$$

gegeben ist. Hierbei ist k ein *reeller* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k, für den das Gesamtsystem mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 4:

Gegeben sind das lineare System mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} u,$$

sowie das nichtlineare System mit der Eingangsgröße u und der Zustandsvariable v

$$\dot{v} = (|v| - 2)(v^2 - 9v - 10)u.$$

a) Ermitteln Sie für beide Systeme für $u = u_R = 1$ alle möglichen Ruhelagen.

b) Stellen Sie die ermittelten Ruhelagen des linearen Systems grafisch in der x_1–x_2-Ebene dar.

Aufgabe 5:

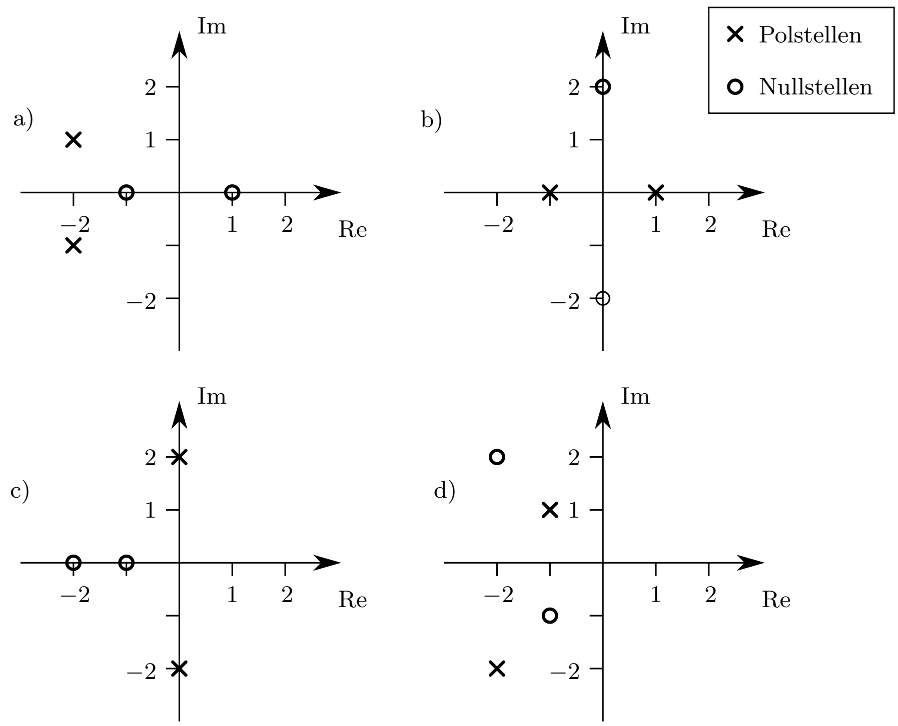
Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = e^{-2t} + 1$$

mit den Anfangsbedingungen $y(0) = \dot{y}(0) = 0$ mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Aufgabe 6:

Gegeben seien die folgenden vier PN-Pläne.



Überprüfen Sie für jeden der vier Fälle, ob es sich um einen PN-Plan einer Übertragungsfunktion eines BIBO-stabilen, zeitkontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit reellen Koeffizienten handelt.
Berechnen Sie gegebenenfalls die Übertragungsfunktion G(s) unter der Annahme

$$G(0) = 4.$$

Aufgabe 7:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -3} |G(s)| = \infty, \qquad \lim_{s \to -1} |G(s)| = \infty,$$
$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \cos(3t),$$
$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 6 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t)$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem reellen Parameter α:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

b) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.

c) Ermitteln Sie den reellen Parameter α so, dass das System *BIBO*-stabil ist.

d) Ermitteln Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems für den in Punkt *c)* ermittelten Wert von α.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 13.12.2024[1]

Nachname / Vorname(n):

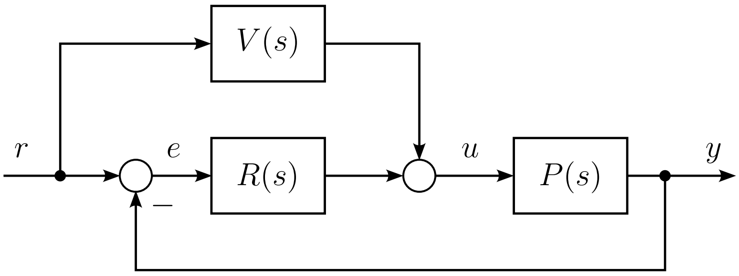
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2.5	3	2	2	2	2.5	2	2	18
erreichte Punkte									

[1]Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben ist folgende Regelkreisstruktur mit den Übertragungsfunktionen $V(s)$, $R(s)$ und $P(s)$:



a) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ allgemein in Abhängigkeit von $V(s)$, $R(s)$ und $P(s)$.

b) Über die Übertragungsfunktionen ist nun Folgendes bekannt:

$$P(s) = \frac{1}{s^2-1} \qquad R(s) = \frac{4(s+1)}{s+3} \qquad v(t) = -4\delta(t) + 9e^{-3t}\sigma(t),$$

wobei $v(t)$ die Impulsantwort von $V(s)$ ist, $\delta(t)$ den Dirac-Impuls und $\sigma(t)$ den Einheitssprung darstellt.
Bestimmen Sie hierfür die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$.

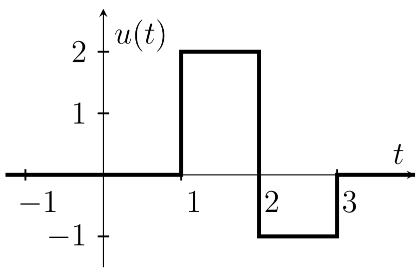
c) Ist $T(s)$ BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares, zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Impulsantwort*

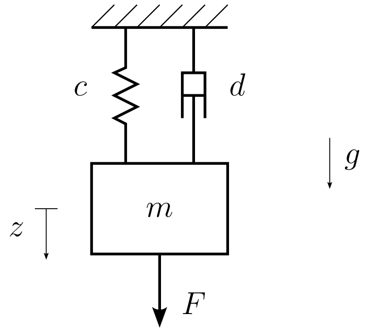
$$g(t) = \left(-15e^{-5t} + 5e^{-t}\right)\sigma(t)$$

beschrieben wird. Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende mechanische System, bestehend aus einer Feder, einem Dämpfer und der Masse m:



Der Aufbau befindet sich in einem Schwerefeld mit der Graviationsbeschleunigung g. Die Federkraft ist proportional zur Auslenkung z mit dem Proportionalitätsfaktor c. Die Proportionalitätskonstante der geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung sei d. Auf die Masse m wirkt außerdem die extern aufgebrachte Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit Eingangsgröße $u := F$ und Ausgangsgröße $y := \dot{z}$ auf.

a) Bestimmen Sie eine das System beschreibende Differentialgleichung.

b) Bestimmen Sie die Ruhelage z_R für $F = 0$.

c) Bestimmen Sie eine das System beschreibende Differentialgleichung für die Koordinate $\tilde{z} = z - z_\mathrm{R}$. Setzen Sie ihr Ergebnis für z_R aus b) ein.

d) Wählen Sie passende Zustandsgrößen und ermitteln Sie ein Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^\mathrm{T}\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 4:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für die die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i)&\quad p_1(s) = s^5 + 2s^4 + 5s^3 + s^2 + (k+12)\\
ii)&\quad p_2(s) = s^2 + k^2 s + 4 + k\\
iii)&\quad p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1\\
iv)&\quad p_4(s) = 4s^3 + s^4 + 2s^2 + 10 + 4s
\end{aligned}$$

Aufgabe 5:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$.

a) Integrierer

b) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied)

c) Realisierbarer PID-Regler

Ist die Übertragungsfunktion des PID-Reglers BIBO-stabil?

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Berechnen Sie die Systemantwort $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.

Aufgabe 7:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}$ *dritter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -2-j} |G(s)| = \infty,$$
$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t)$$

Weiters ist bekannt, dass für $u(t) = \sin(t)$ im eingeschwungenen Zustand $y(t) = 0$ gilt.

a) Bestimmen Sie eine Übertragungsfunktion $G(s)$, die die genannten Eigenschaften besitzt.

b) Kann $G(s)$ eindeutig bestimmt werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 8:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei gegeben durch

$$\dot{x}_1 = x_2 u - x_1, \qquad \dot{x}_2 = 2 - x_3, \qquad \dot{x}_3 = u + \cos(x_1).$$

a) Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems für die Eingangsgröße $u_{\mathrm{R}} = 1$.

b) Linearisieren Sie das System in der Ruhelage $\mathbf{x}_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} \pi & \pi & 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ und $u_{\mathrm{R}} = 1$ und geben Sie das linearisierte System in der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

an, wobei $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{R}}$, $\Delta u = u - u_{\mathrm{R}}$ und $\Delta y = y - y_{\mathrm{R}}$ gilt.