Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 24.01.2024

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	4.5	2	5	2.5	3	3	2	22
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{4}{s+2}$$

soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ als Funktion vom Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N.

b) Zeichnen Sie das Bode Diagramm von $R(s)$ für $K_P = 100$ und $T_N = 1$.

c) Zeichnen Sie die Ortskurve von $R(s)$ für $K_P = 100$ und $T_N = 1$. Wo beginnt und endet diese?

d) Es wird jetzt ein Standardregelkreises mit der gegebenen Strecke und dem PI-Regler betrachtet. Zeigen Sie *mathematisch*, dass dieser Standardregelkreis rampenförmige Störungen $d(t) = t\sigma(t)$ am Streckenausgang stationär nicht unterdrücken kann.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -6x - 2u, \\ y &= x. \end{aligned}$$

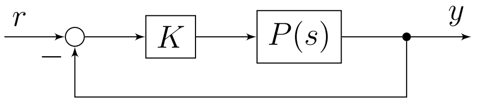
Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y) \end{aligned}$$

wobei $k = 4k_i$ gilt. Berechnen Sie die Werte der Parameter k_p, k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = -4$ und $s_2 = -2$ aufweist.

Aufgabe 3:

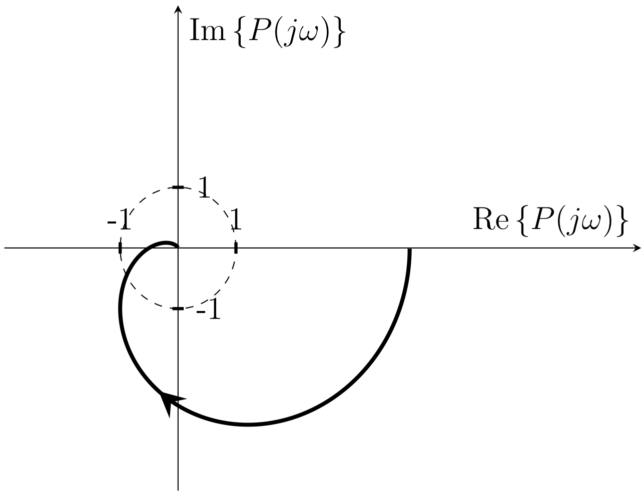
Für einen Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



ist die Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{4}{(s+1)^3}$$

mit der dazugehörigen Ortskurve



gegeben.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

b) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ den Amplitudenrand A_r in die Ortskurve ein und bestimmen Sie den Wert von A_r.

c) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ die Phasenreserve Φ_r ein und erklären Sie, wie Sie den Wert von Φ_r auf der Basis von $P(s)$ berechnen können.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematishe Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 4\end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}u\\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix}-1 & -1\end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Es wird ein Regelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr,$$

so entworfen, dass die beiden Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = s_2 = -4$ liegen. Damit ergibt sich $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix}7 & 10\end{bmatrix}$. Ermitteln Sie V so, dass die Ausgangsgröße y einer konstanten Referenz $r = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

b) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})\\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T\hat{x}\end{aligned}$$

entworfen. Das resultierende Modell der Strecke mit Beobachter lautet:

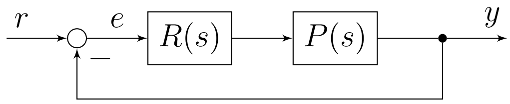
$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\\hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix} &= \bar{\mathbf{A}}\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\\hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{b}}u = \begin{bmatrix}1 & 2 & 0 & 0\\2 & 4 & 0 & 0\\-10 & -10 & 11 & 12\\29 & 29 & -27 & -25\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\\hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-1\\2\\-1\\2\end{bmatrix}u\\ y &= \bar{\mathbf{c}}^T\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\\hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1 & -1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\\hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie den Vektor $\mathbf{l}$.

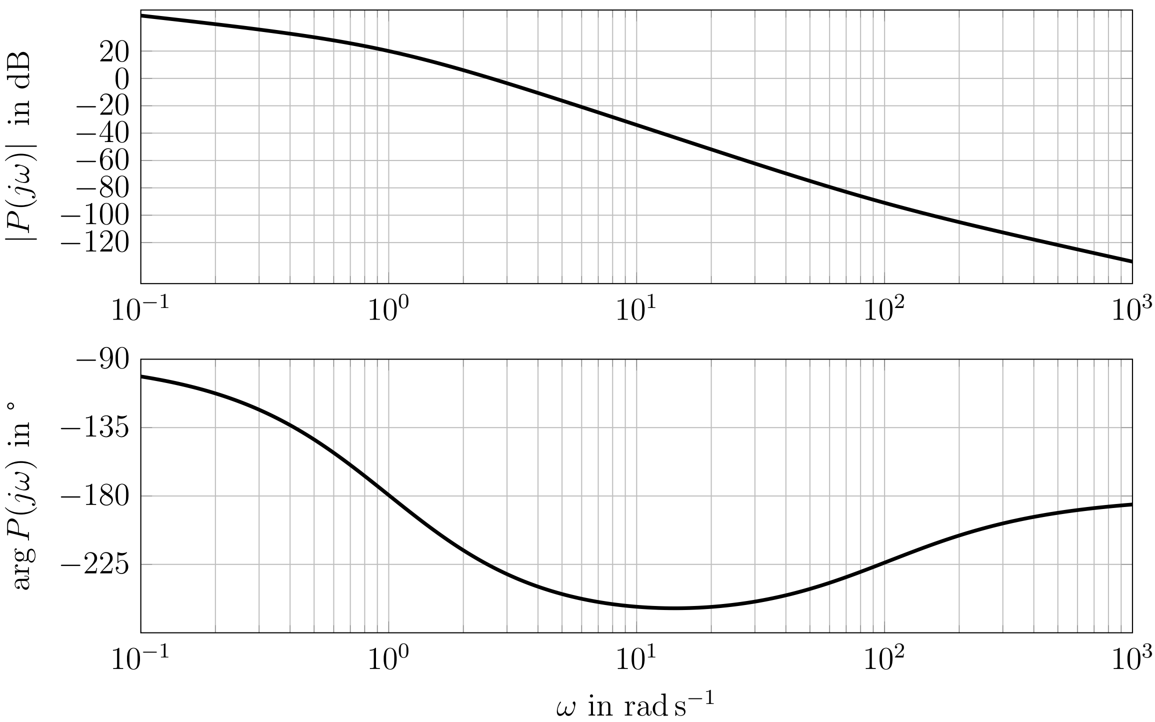
Begründen Sie Ihre Antwort nachvollziehbar!

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Als Regler wird

$$R(s) = K \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

verwendet (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie die Parameter ω_Z, ω_N und K so, dass die Anstiegszeit t_r des geschlossenen Regelkreises 1.5s und die Überschwingweite $\mathrm{M}_p = 1.33$ beträgt.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}.$$

Wie groß sind die Überschwingweite M_p und die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des Systems? Skizzieren Sie den Verlauf der Sprungantwort und kennzeichnen Sie wo diese Parameter aus der Sprungantwort abgelesen werden können.

Hinweis: Interpretieren Sie $T(s)$ als Führungsübertragungsfunktion eines Standardregelkreises und wenden Sie die Faustformeln des Frequenzkennlinienverfahrens an. Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & -5 & -2 & 6 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\
y_k &= \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.
\end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_k = -\begin{bmatrix} k_0 & k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

so, dass der geschlossene Kreis folgendes charakteristische Polynom aufweist:

$$w(z) = z^5 - 0.1 z^4.$$

b) Begründen Sie nachvollziehbar, ob das Polynom $w(z)$ aus a) eine sinnvolle Vorgabe ist?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 20.03.2024

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	1	6	4.5	4	2.5	22
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Ermitteln Sie mit der Trapezregel (Methode nach Tustin) eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{2}{s}$$

für eine Abtastzeit $T_d = 2$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lag-Glied handelt?

b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm eines Lag-Gliedes und kennzeichnen Sie wo die Parameter des Reglers aus der Betrags- und Phasenkennlinie abgelesen werden können.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7 & 0 & -2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

a) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k = -\begin{bmatrix} k_0 & k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

so, dass der geschlossene Kreis folgendes charakteristische Polynom aufweist:

$$w(z) = z^5 - 0.5z^4.$$

Aufgabe 4:

Betrachtet wird ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}.$$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{x}$$

entworfen. Der Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ wird zur Regelung der steuerbaren und beobachtbaren Strecke mittels eines Zustandsreglers der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr,$$

verwendet.

a) Zeichnen Sie das Strukturbild (unter Verwendung der Integratoren für $\mathbf{x}$ und $\hat{\mathbf{x}}$) des resultierenden Regelkreises, bestehend aus Strecke, Beobachter und Zustandsregler und beschriften Sie die Signale.

b) Gegeben sei nun das mathematishe Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

Das resultierende Modell der Strecke mit Beobachter und Regler lautet:

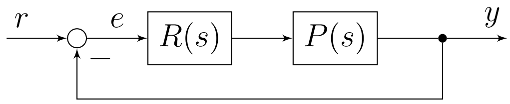
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{b}}r = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & -3 \\ 3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -4 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}r$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$

Ermitteln Sie die Vektoren $\mathbf{l}$ und $\mathbf{k}^T$, sowie die Verstärkung V. *Begründen Sie Ihre Antwort nachvollziehbar!*

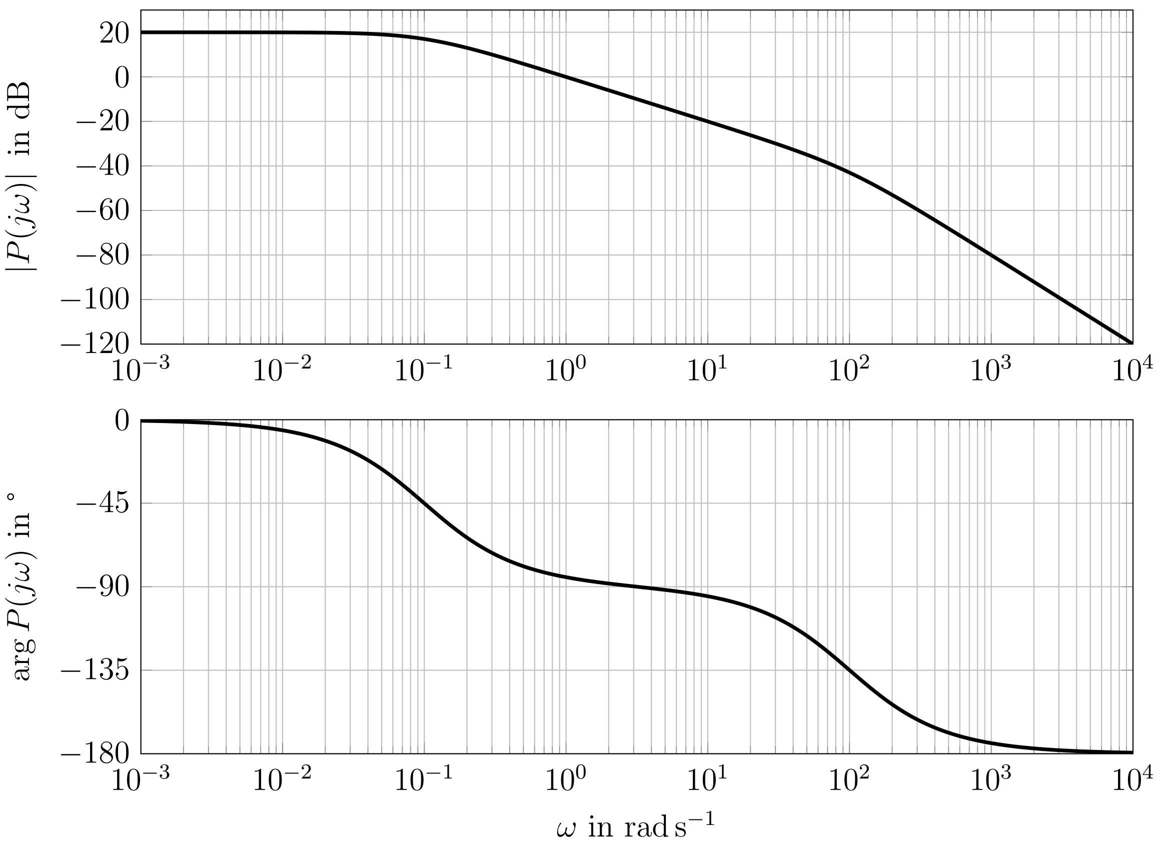
c) Wo liegen die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises? Bestimmen Sie diese. *Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch!*

Aufgabe 5:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Es wird ein Regler der Form $R(s) = \dfrac{K}{s}$ verwendet.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.

b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = 2t\sigma(t)$? Begründen Sie Ihre Antwort nachvollziehbar!

c) Wie groß sind die Überschwingweite M_p und die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des Systems? Skizzieren Sie den Verlauf der Sprungantwort und kennzeichnen Sie wo diese Parameter aus der Sprungantwort abgelesen werden können.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

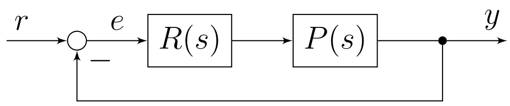
$$T(s) = \frac{2K}{s^3 + 3s^2 + 3s + 2K + 1}$$

mit dem reellen Parameter K. Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Hinweis: Interpretieren Sie $T(s)$ als Führungsübertragungsfunktion eines Standardregelkreises.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-1}{(s-2)(s+3)}.$$

Entwerfen Sie eine Vorsteuerung so, dass die Ausgangsgröße y in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = -2$ zu $y(T_T) = 1$ überführt wird.

Geben Sie die Solltrajektorie $z^*(t)$ und die Referenzgröße $r(t)$ in Abhängigkeit von t an.

Hinweis: Koeffizienten einer Solltrajektorie für die Systemordnung n

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 24.04.2024

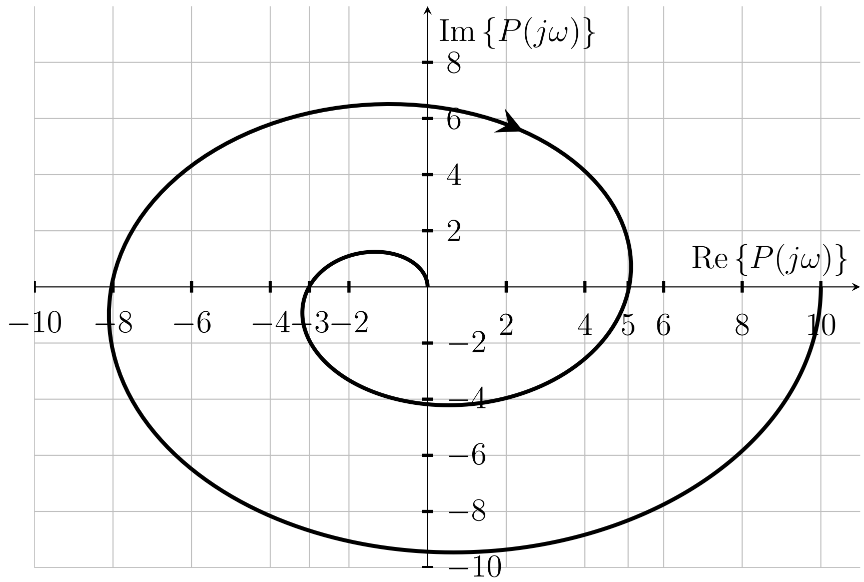
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3.5	2	4	3	4	3	2.5	22
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Für einen Standardregelkreis ist die Ortskurve einer stabilen Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall, den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
Geben Sie die stetige Winkeländerung sowie den Bereich von K für jeden Fall an.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das folgende System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix} u$$

a) Ist das gegebene System steuerbar?

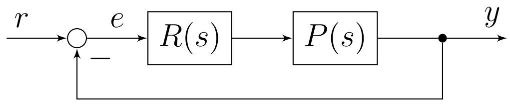
b) Ermitteln Sie, falls möglich, ein Regelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

Aufgabe 3:

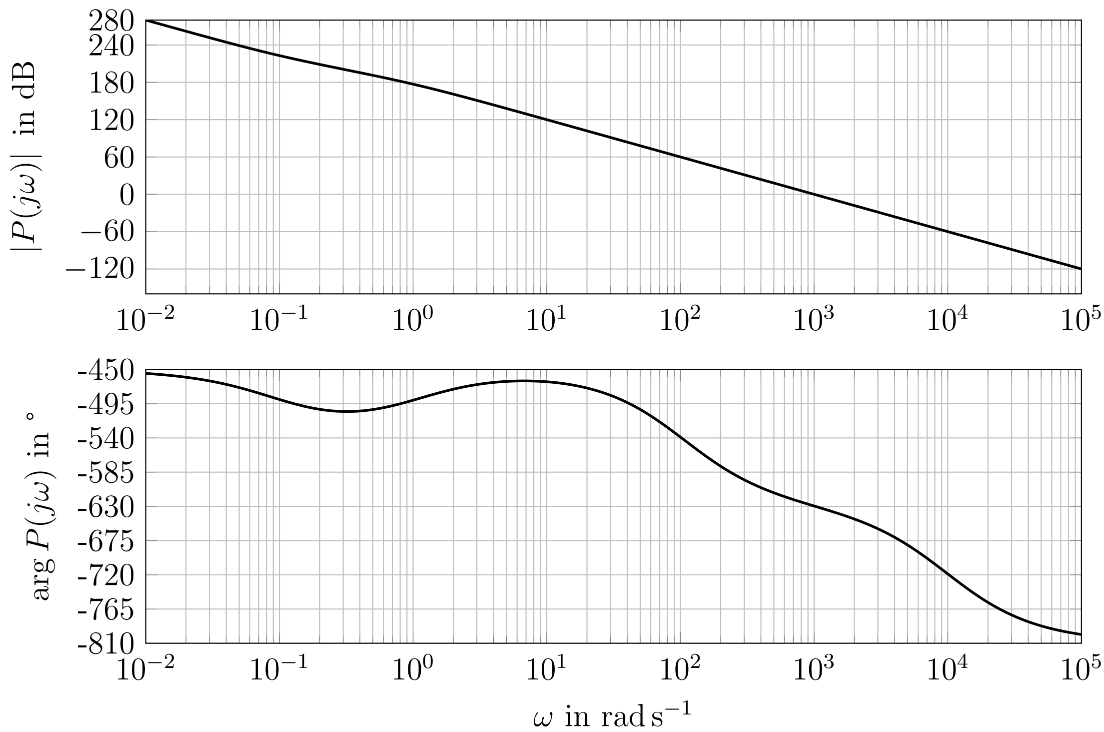
Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke hat die Form

$$P(s) = \alpha_1 \frac{(1-\frac{s}{\alpha_2})(1-\frac{s}{\alpha_3})(1-\frac{s}{\alpha_4})}{s^3(1+\frac{s}{\alpha_2})(1+\frac{s}{\alpha_3})(1-\frac{s}{\alpha_5})}.$$

Der Frequenzgang $P(j\omega)$ ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Skizzieren Sie anhand der Bode-Diagramme die Ortskurve von $P(s)$ und ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie die Streckenverstärkung α_1.

Hinweis: Bestimmen Sie auch das Vorzeichen der Streckenverstärkung α_1.

Aufgabe 4:

Es sei folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie eine Zustandstransformation der Form $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ so, dass das transformierte System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u \\ y &= \tilde{\mathbf{c}}^{\mathrm{T}}\mathbf{z}\end{aligned}$$

in Regelungsnormalform vorliegt. Geben Sie $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ und $\tilde{\mathbf{c}}^T$ an.

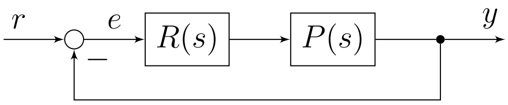
b) Es wurde nun ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 3 & 7 \end{bmatrix}\mathbf{x} + 2r$$

so entworfen, dass die beiden Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = -4$ und $\lambda_2 = -2$ liegen. Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgende Regelkreistruktur



mit der Übertragungsfunktion $P(s) = \dfrac{10\sqrt{10}}{(s+1)(s+10)}$.

a) Dimensionieren Sie einen PI-Regler $R(s) = K \cdot \left(1 + \dfrac{1}{sT_N}\right)$ so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von 0.15s und ein prozentuales Überschwingen von 25% aufweist. Geben Sie die Parameter K und T_N an.

b) Wie groß ist die zu erwartende bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ für eine sprungförmige Führungsgröße?

Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

Aufgabe 6:

Für das System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

$$y_k = \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$ und der Ausgangsgröße y_k soll ein Luenberger-Beobachter mit der Verstärkung $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \end{bmatrix}$ entworfen werden.

a) Geben Sie das mathematische Modell des Luenberger-Beobachters und ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Schätzfehlerdynamik $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$

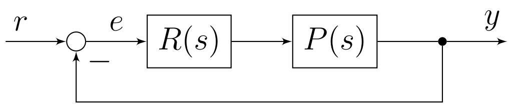
b) Ermitteln Sie die Verstärkung $\mathbf{l}$ des Beobachters, sodass dass die Dynamikmatrix der Schätzfehlerdynamik folgendes Polynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(z) = z^4 - 0.2z^3$$

c) Begründen Sie nachvollziehbar, ob das Polynom $w(z)$ aus b) eine sinnvolle Vorgabe ist?

Aufgabe 7:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-2}{(s-1)(s+3)}.$$

Entwerfen Sie eine Vorsteuerung so, dass die Ausgangsgröße y in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = 3$ zu $y(T_T) = 2$ überführt wird.

Geben Sie die Solltrajektorie $z^*(t)$ und die Referenzgröße $r(t)$ <u>in Abhängigkeit von t</u> an.

Hinweis: Koeffizienten einer Solltrajektorie für die Systemordnung n

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 25.06.2024

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	3	4	4.5	5	3	2.5	24
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -\alpha \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & \beta \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β so, dass die Regelstrecke steuerbar ist.

Wählen Sie nun $\alpha = 2$ und $\beta = 1$.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\boldsymbol{k}^T\boldsymbol{x}$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie die Ortskurve folgender Übertragungsfunktionen:

i) $P(s) = \dfrac{1}{s^2 + 11s + 10}$ ii) $P(s) = \dfrac{-1}{s(s+1)}$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100}.$$

a) Wie groß sind die Überschwingweite M_p und die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des Systems?

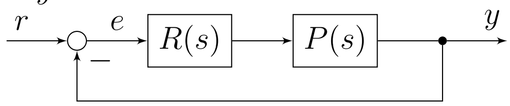
b) Skizzieren Sie den Verlauf der Sprungantwort und kennzeichnen Sie wo diese Parameter aus der Sprungantwort abgelesen werden können.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht? Begründen Sie Ihre Antwort *mathematisch*.

Hinweis: Interpretieren Sie $T(s)$ als Führungsübertragungsfunktion eines Standardregelkreises und wenden Sie die Faustformeln des Frequenzkennlinienverfahrens an. Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

Aufgabe 4:

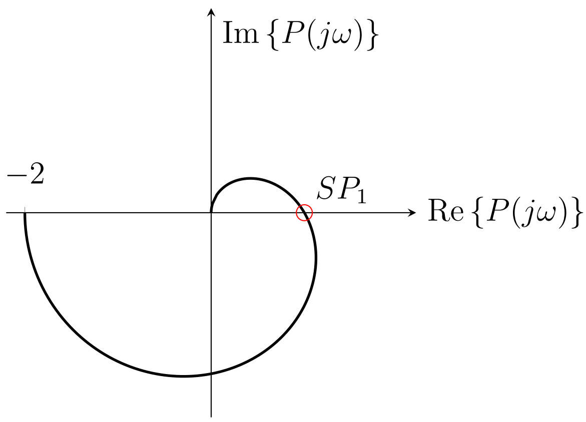
Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = -2\frac{(s+\alpha)}{(s-1)^2}$$

wobei α ein unbekannter reeller Parameter ist. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist gegeben:



a) Ermitteln Sie den Parameter α.

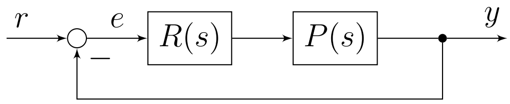
b) Ermitteln Sie analytisch den *exakten* Schnittpunkt (SP_1) der Ortskurve mit der reellen Achse für den in Punkt a) gewählten Wert von α.

c) Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

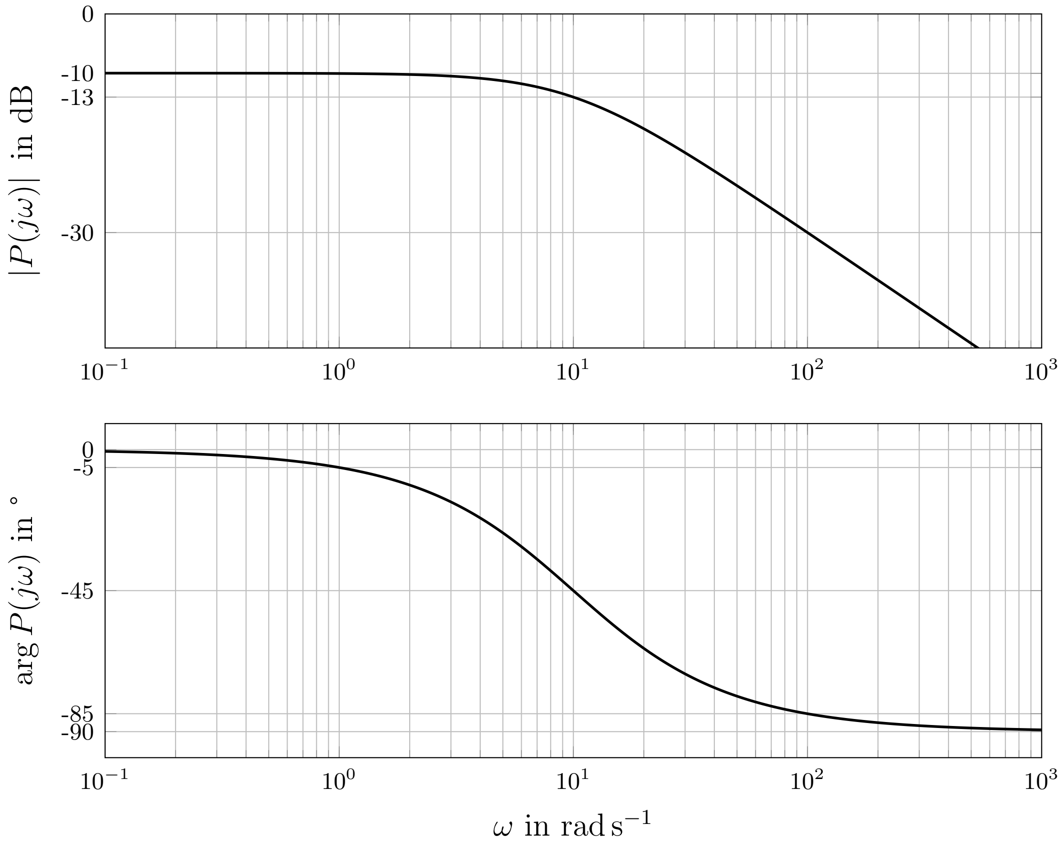
   Geben Sie die stetige Winkeländerung sowie den Bereich von K für jeden Fall an. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Als Regler wird

$$R(s) = K \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

verwendet (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter).

a) Dimensionieren Sie die Parameter ω_Z, ω_N und K so, dass die Anstiegszeit t_r des geschlossenen Regelkreises $0.015s$ und die Überschwingweite ü $= 28\%$ beträgt.

b) Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für die Führungsgrößen $r_1(t) = 2\sigma(t)$ und $r_2(t) = 4t\sigma(t)$. *Begründen Sie Ihre Antworten!*

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 6:

Für das System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

$$y_k = \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$ und Ausgangsgröße y_k soll ein Beobachter mit der Verstärkung $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \end{bmatrix}$ entworfen werden.

a) Geben Sie das mathematische Modell des trivialen Beobachters *für das gegebene System* an. Ist der Einsatz eines trivialen Beobachters bei diesem System sinnvoll? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Geben Sie das mathematische Modell des Luenberger-Beobachters *für das gegebene System* an und ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Schätzfehlerdynamik $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$.

c) Ermitteln Sie die Verstärkung $\mathbf{l}$ des Beobachters, sodass dass die Dynamikmatrix der Schätzfehlerdynamik folgendes Polynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(z) = z^4 - 0.2z^3 - 0.01z^2 + 0.002z.$$

Aufgabe 7:

Für einen Standardregelkreis soll eine Vorsteuerung entworfen werden.

a) Was versteht man unter einem flachen Ausgang?

b) Beschreiben Sie die Unterschiede zwischen einem flachheitsbasierten Entwurf und einem Entwurf durch direkte Inversion der Regelstrecke.

Erstellen Sie zur Verdeutlichung Skizzen!

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 08.10.2024

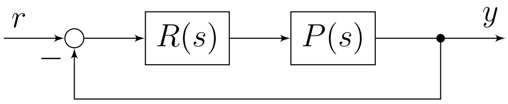
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	5	2	5.5	2	3	3.5	3	24
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = -\frac{3}{(s+1)^2}.$$

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$.

b) Als Regler kommt ein Regler

$$R(s) = \frac{K}{s}$$

zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Geben Sie die stetige Winkeländerung sowie den Bereich von K für jeden Fall an. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin (Trapezregel) eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ mit $K \in \mathbb{R}$ für eine Abtastzeit $T_d = 2$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein *nicht steuerbares* Zustandsraummodell der Form

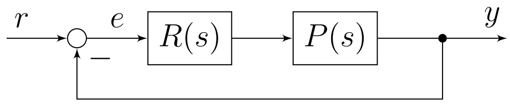
$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u.$$

a) Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert des Systems nicht durch ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Systemmatrix des geschlossenen Kreises ist. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

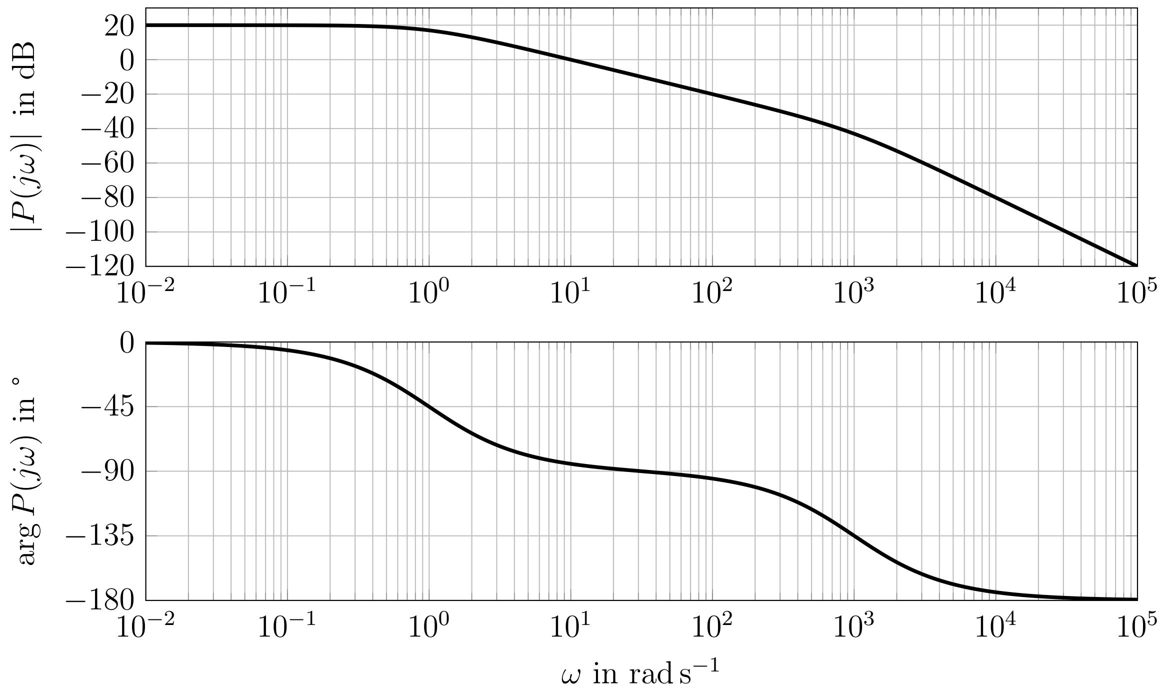
b) Welche Eigenschaft muss dieses System besitzen, damit ein Zustandsreglerentwurf bei diesem System sinnvoll ist? Ist das hier der Fall? Erklären Sie diese Eigenschaft.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Als Regler wird

$$R(s) = K \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

verwendet (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter).

a) Dimensionieren Sie die Parameter ω_Z, ω_N und K so, dass die Anstiegszeit t_r des geschlossenen Regelkreises 1.5s und die Überschwingweite ü $= 6\%$ beträgt.

b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = 2t\sigma(t)$? Begründen Sie Ihre Antwort nachvollziehbar!

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Sprungantwort und kennzeichnen Sie wo t_r und ü aus der Sprungantwort abgelesen werden können. Wie definiert man die Anstiegszeit?

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion $P(s)$ einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$P(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s-1)}$$

a) Geben Sie das zugehörige mathematische Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

in der Steuerbarkeits-Normalform an.

b) Zur Regelung des obigen Systems wird ein Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt. Welchen Bedingungen müssen die Reglerparameter $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$ und V genügen, damit die Systemmatrix des geregelten Systems nur Eigenwerte mit negativem Realteil besitzt?

c) Wählen Sie nun $k_1 = k_2 = 3$. Wie muss der Parameter V gewählt werden, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 5:

Für einen Standardregelkreis soll eine Vorsteuerung entworfen werden.

a) Welche Voraussetzung bezüglich der Übertragungsfunktion des Systems muss erfüllt werden, damit ein Entwurf durch direkte Inversion der Regelstrecke sinnvoll ist? Was würde passieren, wenn die Vorsteuerung trotzdem verwendet wird, obwohl diese Voraussetzung nicht erfüllt ist?

b) Beschreiben Sie die Unterschiede zwischen einem flachheitsbasierten Entwurf und einem Entwurf durch direkte Inversion der Regelstrecke.

Erstellen Sie zur Verdeutlichung Skizzen!

Aufgabe 6:

Gegeben sei das zeitdiskrete mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u_k und der Ausgangsgröße y_k

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k. \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(z) = \dfrac{\tilde{y}(z)}{\tilde{u}(z)}$. Ist das zeitdiskrete System mit der Übertragungsfunktion $G(z)$ BIBO-stabil? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

b) Geben Sie das mathematische Modell des trivialen Beobachters *für das gegebene System* an. Ist der Einsatz eines trivialen Beobachters bei diesem System sinnvoll? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

c) Geben Sie das mathematische Modell des Luenberger-Beobachters *für das gegebene System* an und ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Dynamik des Schätzfehlers $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$.

d) Ermitteln Sie die Verstärkung $\mathbf{l}$ des Luenberger-Beobachters, sodass dass die Dynamikmatrix der Schätzfehlerdynamik alle Eigenwerte bei $z = 0$ besitzt.

Aufgabe 7:

Zur Regelung eines Systems soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ als Funktion vom Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N an und zeichnen Sie das dazugehörige Strukturbild.

b) <u>Bestimmen</u> Sie und <u>zeichnen</u> Sie die Sprungantwort $u(t)$ des Reglers. Kennzeichnen Sie wo die Parameter K_P und T_N aus der Sprungantwort abgelesen werden können. *Achsenbeschriftungen nicht vergessen!*

c) Zeichnen Sie das Bode Diagramm von $R(s)$ für $K_P = 100$ und $T_N = 10$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 11.12.2024

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2.5	3	3	6	1.5	3	3	22
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Für einen Standardregelkreis sei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L(s) = 10 \cdot \frac{s + 0.1}{s^2 + s}$$

gegeben.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

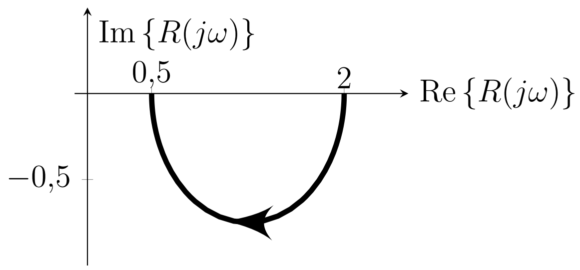
b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

Aufgabe 2:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren wurde als Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ ein Lead/Lag-Glied mit dem Verstärkungsfaktor K gewählt. Die Ortskurve der entsprechenden Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = K \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_Z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_N}\right)}$$

ist dabei wie folgt gegeben:

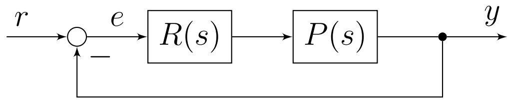


a) Ermitteln Sie aus der oben dargestellten Ortskurve, ob ein Lead-Glied oder ein Lag-Glied verwendet wird und ermitteln Sie den reellen Verstärkungsfaktor K.

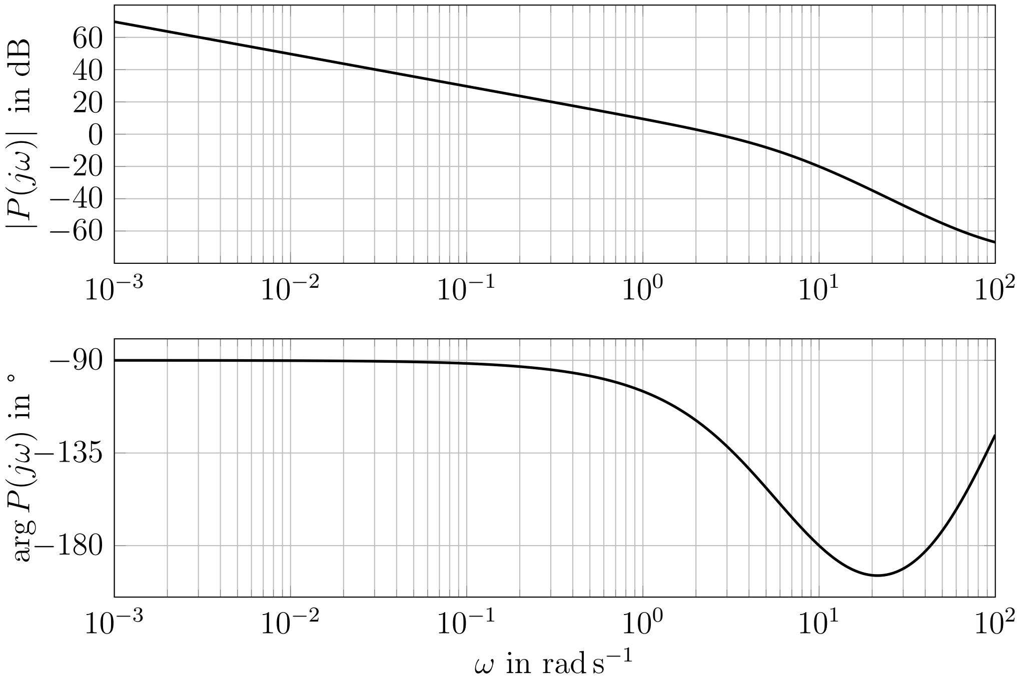
b) Ermitteln Sie die Parameter des Lead/Lag-Gliedes wenn die maximale Phasenanhebung/Phasenabsenkung bei $\omega_m = 4\ \frac{rad}{s}$ liegt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Es kommt ein PD-Regler

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{sT_v}{1 + sT_R}\right)$$

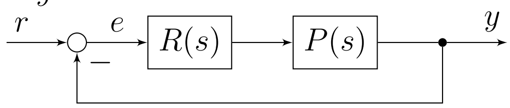
mit den positiven Parametern K_P, T_v und T_R zum Einsatz. Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_\mathrm{r} \approx 0{,}15\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort höchstens $15\,\%$ beträgt.

Hinweis: Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die folgende Tabelle.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m \rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 4:

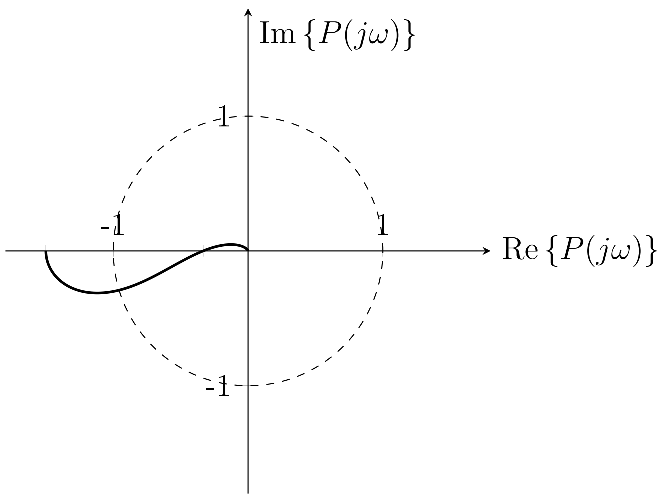
Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{24}{(s-1)(s+4)^2}.$$

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist gegeben:



a) Bestimmen Sie die Richtung der Ortskurve und ermitteln Sie analytisch die *exakten* Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse. *Begründen Sie Ihre Antwort nachvollziehbar.*

b) Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

   Geben Sie die stetige Winkeländerung sowie den Bereich von K für jeden Fall an. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Welche Eigenschaften muss eine Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ besitzen, damit Sie vom einfachen Typ ist? Welche von diesen Eigenschaften sind für $K = 1$ erfüllt?

Aufgabe 5:

Für das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k soll ein Beobachter

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}_d\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{b}_d u_k + \boldsymbol{l}(y_k - \hat{y}_k)$$
$$\hat{y}_k = \mathbf{c}_d^T \hat{\mathbf{x}}_d$$

entworfen werden mit $\boldsymbol{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differenzengleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$

b) Bestimmen Sie die Parameter l_1 und l_2, sodass die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik bei $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ liegen.

Aufgabe 6:

Für einen Standardregelkreis soll eine Vorsteuerung entworfen werden.

a) Was versteht man unter einem flachen Ausgang?

b) Welche Voraussetzung bezüglich der Übertragungsfunktion des Systems muss erfüllt werden, damit ein Entwurf durch direkte Inversion der Regelstrecke sinnvoll ist? Was würde passieren, wenn die Vorsteuerung trotzdem verwendet wird, obwohl diese Voraussetzung nicht erfüllt ist?

Bitte wenden!

Aufgabe 7:

Betrachten Sie ein System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u, Ausgangsgröße y. Es sei die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{2s+4}{s^2-5}$$

und die Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_u = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

von diesem System gegeben. Für dieses System wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + r = -\begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + r$$

so entworfen, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{2s+4}{(s+1)^2}$$

gilt. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}^T$.

Hinweis: Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{T}$, mit der das originale System auf Regelungsnormalform transformiert werden kann ($\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$).