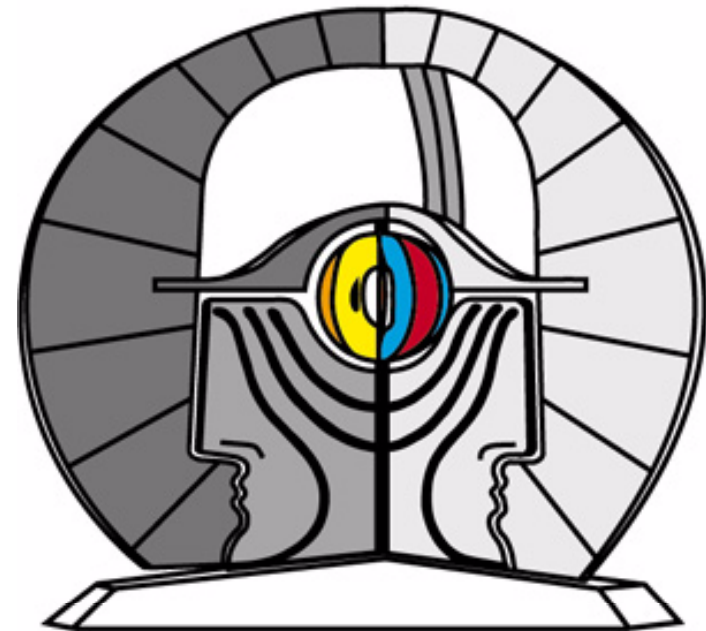


Aufgaben

zur Einführung in die Messtechnik

Kennwerte von Messmitteln

Wolfgang Kessel
Braunschweig



AUFGABE01: Empfindlichkeit von Messgeräten.

Berechnen Sie die Proportionalitätskonstanten folgender Messgeräte (bez. der Geräte siehe Folien der Vorlesung):

a) Federwaage

Federelement Stahlfeder;

Federkonstante $D_{\text{Spring}} = 3,92 \text{ N/m}$;

Fallbeschleunigung $g = 9,806 \text{ 65 m/s}^2$;

Welche Verlängerung wird von einem Gewicht der Masse von **5 g** erzeugt?

b) U-Rohrmanometer

Fluid Öl;

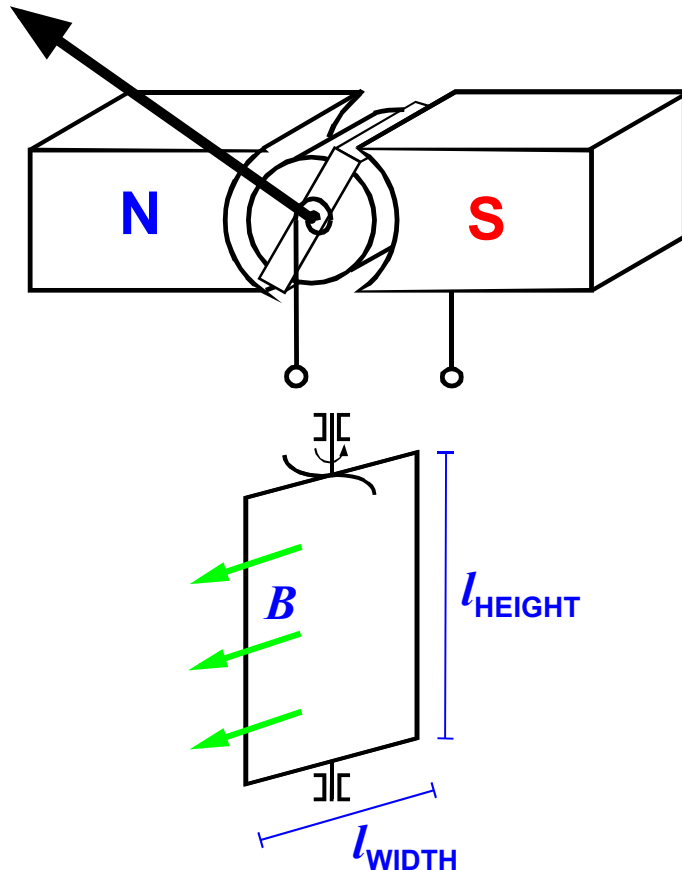
Dichte des Fluids $\rho_{\text{Oil}} = 8,64 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$;

Fallbeschleunigung $g = 9,806 \text{ 65 m/s}^2$;

Welchem Druckunterschied in **mbar** entspricht ein Höhenunterschied der beiden Fluidspiegel von $h = 82 \text{ mm}$?

AUFGABE02: Ursache-Wirkung-Diagramm: Drehspul-Messwerk.

Die Abbildungen zeigen den schematischen Aufbau eines Drehspul-Messwerkes



Schematischer Aufbau eines Drehspul-Messwerkes: im radialen Feld zwischen den Polen des Magneten und dem zylindrischen Kern ist das Spulenrähmchen drehbar aufgehängt und durch zwei Spiralfedern in der Ruhelage gehalten. Um das rechteckige Rähmchen wird in mehreren Windungen der zu messende Strom geführt (Stromverstärkung). Zusammen mit der magnetischen Flussdichte erzeugt er eine Kraft senkrecht zur Feld- und zur Stromrichtung. Aufgrund der Konstruktion ergibt sich daraus ein Drehmoment auf das Spulenrähmchen.

Im Drehspul-Messwerk gelten folgende Zusammenhänge

$$I_{\text{eff}} = N \cdot I$$

wirksamer elektrischer Gesamtstrom,

$$F_I = I_{\text{eff}} \cdot B \cdot l_{\text{Height}}$$

auf den stromdurchflossenen Leiter einwirkende Kraft (Bio-Savartsches Gesetz);

$$M_I = F_I \cdot l_{\text{Width}}$$

auf das Spulenrähmchen wirkendes Drehmoment;

$$M_I = M_{\text{Spring}}$$

Gleichgewicht (actio=reactio (?));

$$M_{\text{Spring}} = D_{\text{Spring}} \cdot \varphi$$

von der Rückstellfeder erzeugtes Drehmoment;

$$l_{\text{Ind}} = l_{\text{PointerR}} \cdot \varphi$$

Länge des Zeigerweges.

mit

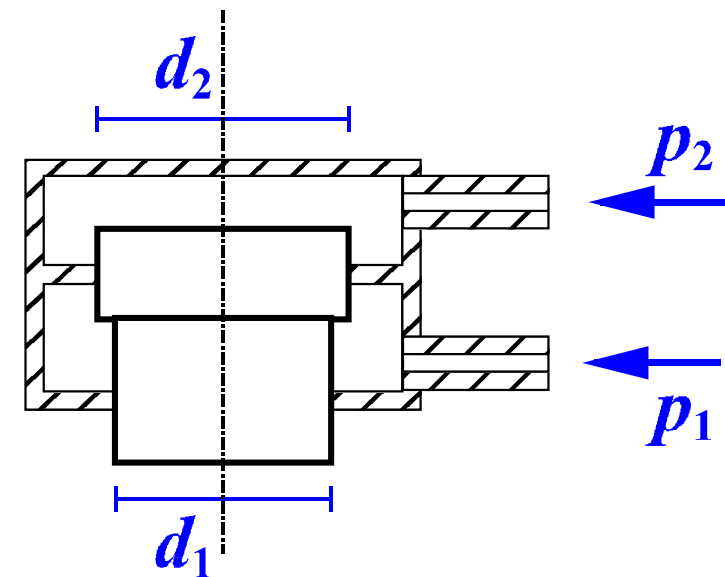
- I - zu messender elektrischer Strom;
- N - Anzahl der Spulenwindungen;
- B - magnetische Induktion;
- l_{Height} - Höhe des Spulenrähmchens;
- l_{Width} - Breite des Spulenrähmschens.
- D_{Spring} - Direktionsmoment der Rückstellfeder;
- l_{Pointer} - Länge des Zeigers.

Zeichnen Sie ein Ursache-Wirkungsdiagramm (Eingangs-/Ausgangsgröße) und geben Sie die Response-Funktion an.

AUFGABE03: Ursache-Wirkung-Diagramm: Differentialmanometer.

Ein Differentialmanometer besteht aus einem Drucktransformator, der den hohen Druck p_1 in den niedrigeren Druck p_2 umformt, dessen Wert anschliessend mit einem Manometer ermittelt wird. Im Gleichgewicht ist die Kraft, die der Druck p_2 auf die obere Kolbenfläche ausübt, umgekehrt gleich der Kraft, die der Druck p_1 von unten auf die ringförmige Fläche ausübt.

Schematischer Aufbau des Drucktransformators eines Differentialmanometers; der zylindrische Kolben ragt mit seinen beiden Durchmessern d_1 und d_2 ($d_1 < d_2$) in unterschiedliche Druckkammern. Dadurch wird (im Gleichgewicht) der Druck p_1 in den Druck p_2 transformiert.



a) Stellen Sie das Ursache-Wirkung-Diagramm für ein Differentialmanometer auf, das aus einem Drucktransformator und einem U-Rohr-Manometer besteht und berechnen Sie die Proportionalitätskonstante K_p des (gesamten) Messgerätes für folgende Parameterwerte:

Fluid Quecksilber;

Dichte des Fluids $\rho_{\text{Hg}} = 13,546 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$;

Fallbeschleunigung $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$;

oberer Kolbendurchmesser $d_2 = 20,2 \text{ mm}$;

unterer Kolbendurchmesser $d_1 = 19,8 \text{ mm}$;

b) Welcher Druck in **Pa** liegt bei einem atmosphärische Luftdruck von **1026 mbar** vor, wenn am U-Rohrmanometer ein Höhenunterschied zwischen den beiden Fluidspiegel von $h = 482 \text{ mm}$ gemessen wird?

AUFGABE04: Füllhöhe eines Tanks.

Um die Füllhöhe Höhe H (Niveau des Fluidspiegels) eines m-Xylol-Tank ($\rho_{\text{m-Xylol}} = 864 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) kontinuierlich zu ermitteln, wird der hydrostatische Druck am Boden des Tanks mit einem U-Rohr-Manometer gemessen.

Parameterwert des Messsystems

Fluid Quecksilber;

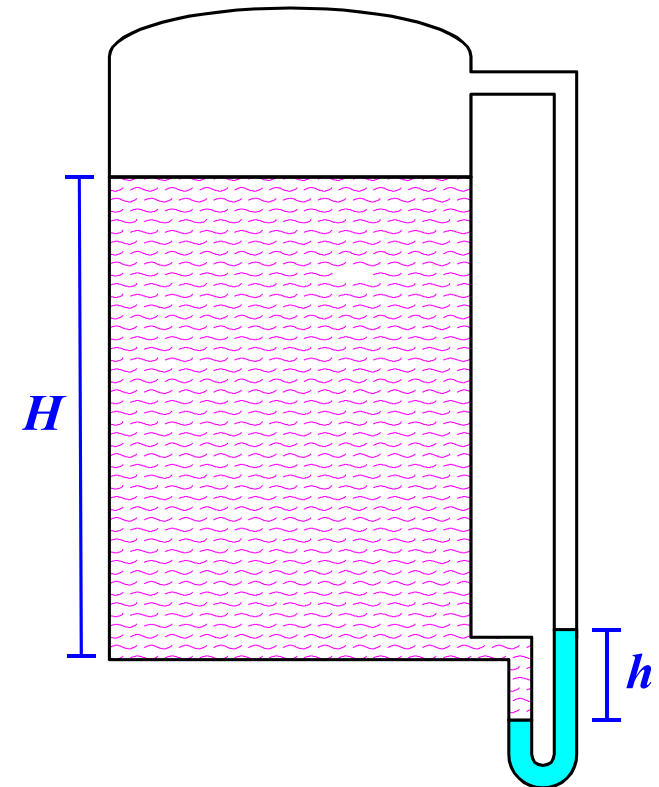
Dichte des Fluids $\rho_{\text{Hg}} = 13,546 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$;

Fallbeschleunigung $g = 9,806 \text{ 65 m}\cdot\text{s}^{-2}$;

Schematischer Aufbau der Messung der Füllhöhen eines Tanks mit einem U-Rohr-Manometer.;

H - Höhe des Fluidspiegels im Tank über dem Tankboden;

h - Höhenunterschied zwischen der Trennfläche zwischen den beiden Fluiden und des freien freien Fluidspiegels im U-Rohr-Manometer.

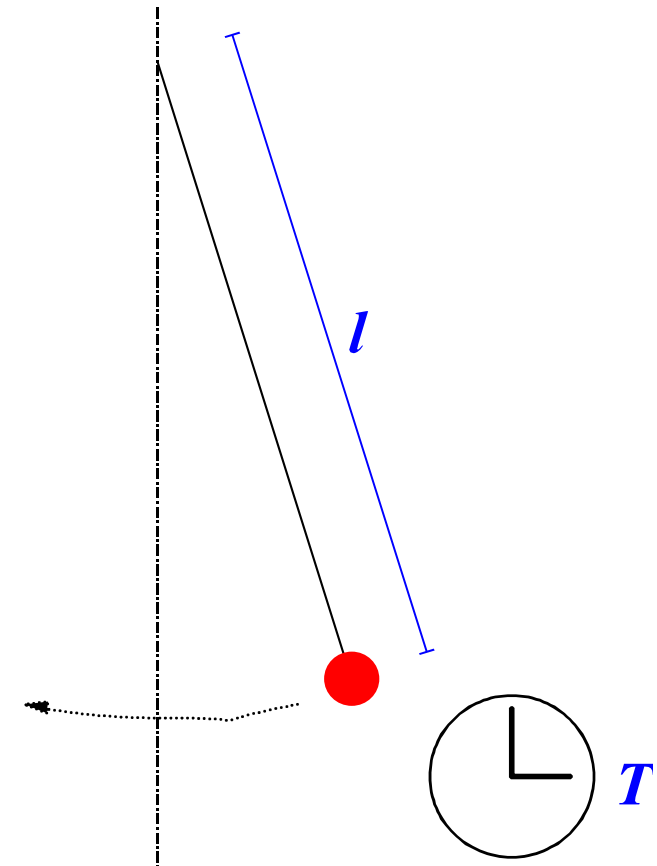


- a) Berechnen Sie die Proportionalitätskonstante K_p des U-Rohr-Manometers.
- b) Stellen Sie das Ursache-Wirkungsdiagramm für die Füllhöhen-Messung auf.
- c) Wie groß ist die Füllhöhe H , wenn am U-Rohr-Manometer die Höhendifferenz $h = (32,8 \pm 0,05)$ cm abgelesen wird.

AUFGABE04: Ermittlung der Fallbeschleunigung im Schwerfeld der Erde

In der Vorlesung (MEAS04F62...65) wurde die Ermittlung der lokalen Fallbeschleunigung mit dem mathematischen Pendel diskutiert.

- Berechnen Sie, wieviele volle Schwingung für das dort angegebene Pendel ausgemessen werden müssen, damit die auf den Wert der Schwingungsdauer bezogene Fehlergrenze der Zeitmessung nicht größer ist als die auf den Wert der Pendellänge Fehlergrenze der Längenmessung.
- Wieviele volle Schwingungen müssten für das angegebene Pendel ausgemessen werden, wenn ein Quarz-basierter elektronischer Taktgenerator zur Verfügung steht, der elektrische Pulse im **1 kHz** Rhythmus (Taktrate) bereit-



stellt, der NULL-Durchgang photoelektrisch mit einer Auflösung kleiner als **0,25 ms** festgestellt wird und die auf den Wert der Schwingungsdauer bezogene Fehlergrenze der Zeitmessung nur **1/10** der auf den Wert der Pendellänge bezogenen Fehlergrenze der Längenmessung betragen soll?

AUFGABE06: Kapazität eines Kondensators.

Die Kapazität C eines Kondensators wird unter unveränderten Bedingungen mehrfach gemessen. Die beobachteten Werte sind

**12,38 nF; 12,42 nF; 12,39 nF; 12,49 nF; 12,38 nF; 12,41 nF;
12,40 nF; 12,39 nF; 12,41 nF; 12,42 nF; 12,39 nF; 12,40 nF;**

- Berechnen Sie den besten Schätzwert, die empirische Standardabweichung der Einzelbeobachtung, die dem besten Schätzwert zuzuordnende Standardmessunsicherheit und die maximal zulässige Messabweichung der beobachteten zufälligen Variation.
- Der Wert **12,49 nF** scheint sich nicht in die Messreihe einzugliedern (häufig als "Ausreisser" bezeichnet). Führen sie die Rechnung wie unter a) mit den restlichen Werten durch und prüfen Sie, ob der betreffende Wert noch innerhalb der jetzt berechneten maximal zulässigen Messabweichung der zufälligen Effekte liegt.

HINWEIS Liegt ein beanstandeter Wert nicht innerhalb der aus den restlichen Werten berechneten maximal zulässigen Messabweichung, so ist das ein Hinweis (kein Beweis), dass es sich um einen “Ausreisser“ handeln könnte, und sowohl der Wert (Ablese-/Rechenfehler) als auch die Bedingungen, unter denen er gewonnen wurde, überprüft werden müssen.

Ein Wert kann nur nach eingehender, messtechnischer Begründung, nicht allein auf Grund statistischer Betrachtungen als “Ausreisser“ angesehen und unterdrückt werden!

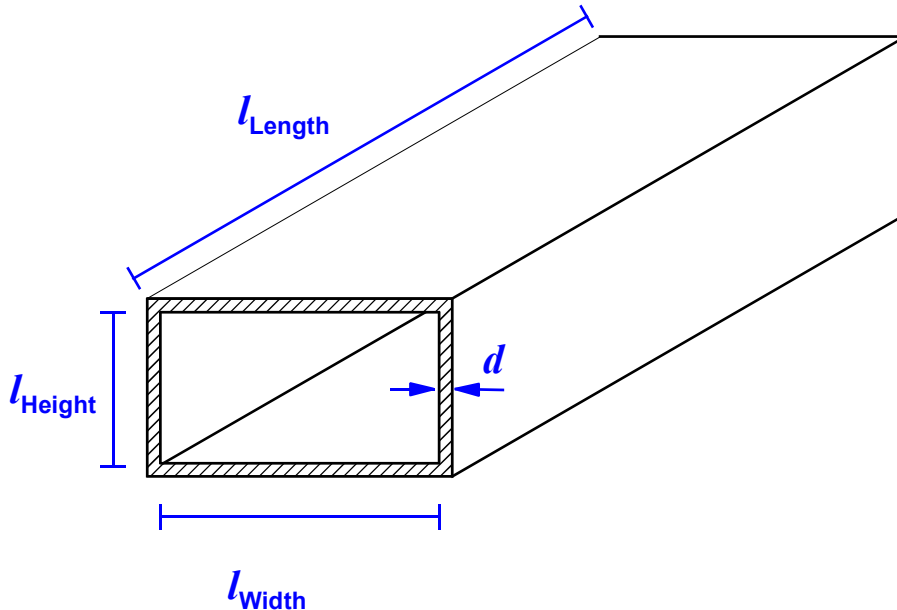
c) Für das verwendete $3\frac{1}{2}$ -stellige digitale Kapazitätsmessgerät gibt der Hersteller an, dass der Abweichung des richtigen Wertes von dem angezeigten Wert dem Betrage nach nicht größer ist als

0,05% der Anzeige + **0,03%** des Vollausschlages im Messbereich.

Geben Sie den in der Messung ermittelten Kapazitätswert in den Fällen a) und b) als vollständiges Messergebnis an.

AUFGABE07: Masse eines Rechteck-Hohlleiters

Es soll die Masse m eines (X-Band) Rechteck-Hohlleiters (Frequenzbereich **8,2 GHz...12,4 GHz**) aus Messing (rechteck-förmiges Rohr) der Länge $l_{\text{Length}} = 40,3 \text{ cm}$ aus den in der Norm niedergelegten Abmessungen $l_{\text{Width}} = 22,85 \text{ mm}$ und $l_{\text{Height}} = 10,15 \text{ mm}$ des inneren Rohr-Querschnitts, der Wandstärke $d = 1,20 \text{ mm}$ und der Dichte $\rho_{\text{Brass}} = 8,41 \cdot 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ von Messing berechnet werden.



Geometrie eines Rechteck-Hohlleiters.

l_{Length} - Länge des Hohlrohres;

$l_{\text{Width}}, l_{\text{Height}}$ - Abmessungen des Innenquerschnitts;

d - Wandstärke.

Die Länge wurden mit einem Stahl-Messband (Skalenteilung **0,5 mm**) und die Wandstärke mit einem Messschieber mit Noniusteilung (Ablesung in **1/20 mm** - Schritten möglich) ermittelt; die Dichte wurde einer DIN-Tabelle entnommenen.

- a) Stellen Sie das Ursache-Wirkung-Diagramm auf (5 Eingangsgrößen!)
- b) Welcher Wert ist der Masse zuzuordnen?
- c) Wie wird die maximal zulässige Messabweichung berechnet und welchen Wert besitzt sie? Geben Sie das vollständige Messergebnis an!

AUFGABE08: Unsicherheitsanalyse einer Wägung.

In einem Laboratorium wird die Dichte von Glycerin mit einem Pyknometer (nach Hubbard) mit einem Normvolumen von 50 cm^3 bei 20°C ermittelt. Zur Messung der Massen wird eine (geeichte) direkt anzeigenden digitale Waage mit einer Auflösung von $0,005 \text{ g}$ eingesetzt (Die maximal zulässige Messabweichung geeichter digitaler Waagen muss innerhalb des Digitalschrittes der Anzeige liegen). Bei den Ermittlungen der Massen ergeben sich folgende Werte

leeres Pyknometer-Gefäß m_{Tara}

62,830 g; 62,825 g; 62,35 g; 62,25 g; 62,30 g; 62,25 g.

mit Glycerin gefülltes Pyknometer-Gefäß $m_{\text{Brutto,X}}$

125,855 g; 125,865 g; 125,865 g; 125,860 g; 125,855 g; 125,860 g;

mit Wasser gefülltes Pyknometer-Gefäß $m_{\text{Brutto,S}}$

112,485 g; 112,475 g; 112,480 g; 112,480 g; 112,470 g; 112,480 g;

Die sehr genau vermessene Dichte des Wassers beträgt laut Handbuch bei 20°C

$$\rho_{\text{Wasser}} = 0,9928 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Berechnen sie die Masse des Glycerins und des Wassers als vollständige Messergebnisse und ermitteln Sie die Dichte des Glycerins.

AUFGABE09: Ursache-Wirkung-Diagramm: Längenmessung, Einfluss der Temperatur auf Messobjekt/Maßverkörperung.

In einer Werkstatt wurde die Länge einer präzise gearbeiteten Stütze aus Messing (linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha_{\text{Brass}} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), die in einer optischen Messeinrichtung verwendet werden soll, durch Vergleich mit einem Parallelendmaß der Klasse 1 aus Stahl (max. zulässige Messabweichung nach der Norm $1 \mu\text{m}$, linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha_{\text{Steel}} = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) der Nennlänge **150 mm** ermittelt. Der elektronische Tiefentaster mit einer Messspanne von **25 mm**, dessen max. zulässige Messabweichung der Hersteller mit „**0,025%** der Anzeige + **0,015%** der Messspanne“ spezifiziert, zeigt, dass die Stütze, bei der in der Werkstatt herrschenden Temperatur von **23°C**

um **2,614 mm** länger ist als das Parallelendmaß.

Welche Länge besitzt die Stütze bei der Referenztemperatur $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$? Geben Sie das vollständige Messergebnis an.

HINWEIS Beachten Sie, dass die linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten sehr klein sind (gegen?) und führen Sie geeignete Linearisierungen in den Formeln durch!

AUFGABE10: Beurteilung der Reproduzierbarkeit (zufällige Messabweichung)
Bei einer Methode zur Messung der Temperaturdifferenzen in einem (gerührten) Wärmebad ergaben Vorversuche mit **80** Beobachtungen unter gleichen Bedingungen für die zufällige Variation der beobachteten Differenzen eine dem besten Schätzwert beizuordnende maximal zulässige Messabweichung von **42 mK**.

Wieviele Beobachtungen muss man für dieses Wärmebad bei Routinemessungen mindestens durchführen, wenn die maximal zulässige Messabweichung des verwendeten Messgerätes mit $\Delta g_{\text{Ind,MPE}} = 0,1 \text{ K}$ angegeben ist und die maximal zulässige Messabweichung der Temperaturmessung **0,2 K** nicht überschreiten darf?